

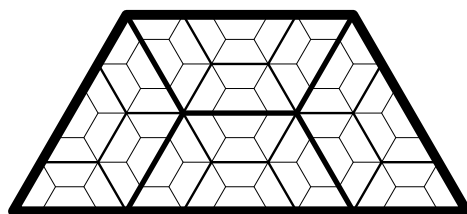
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **562**, **563** i **564** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

562. Zapisz liczbę 70 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).

563. Zapisz liczbę 180 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).

564. Zapisz liczbę 280 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 76 (36/2016)

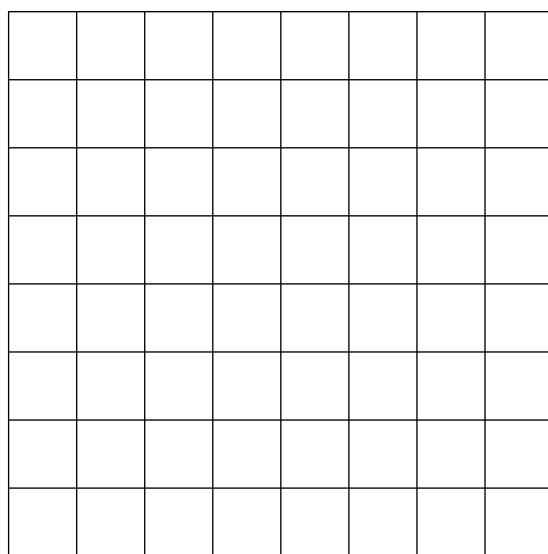
Piątek, 9 września 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

565. Podaj przykład figury złożonej z sześciu pól (czyli kwadratów jednostkowych), której nie da się pokryć kostkami domina, pomimo że:

- przy standardowym kolorowaniu (czarno-białym, pola sąsiadujące bokiem mają różne kolory) pól białych jest tyle samo, co czarnych,
- figura jest w *jednym kawałku*, tzn. od każdego pola wieża może przejść (w jednym lub kilku ruchach) do każdego innego.

566. Udowodnij, że szachownicy o wymiarach 8×8 z usuniętym polem narożnym (rys. 1) nie można pokryć prostokątami o wymiarach 1×3 .

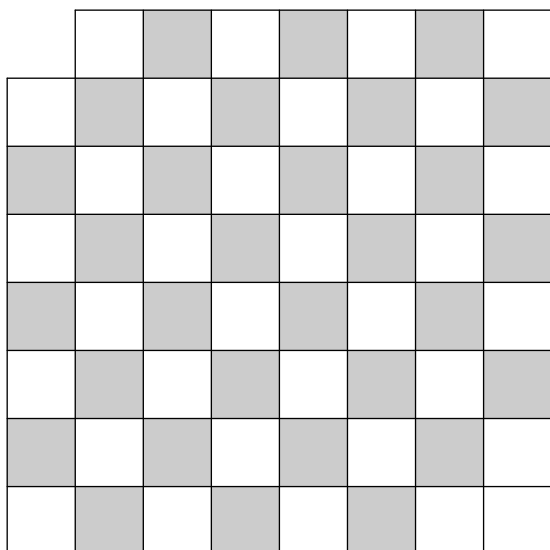


rys. 1

Rozwiązania zadań 558–561

558. $207 = 51 \cdot 4 + 3$ **559.** $208 = 41 \cdot 5 + 3 = (53 - 1) \cdot 4$ **560.** $209 = 5! \cdot \sqrt{4} - 31$

561. *Sposób I:* Pomalujmy pola danej figury w tradycyjny wzór szachownicy (rys. 2).



rys. 2

	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	1	-1

rys. 3



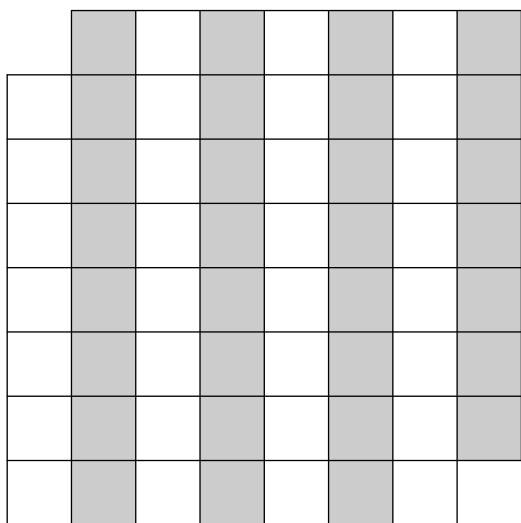
Wówczas każda kostka domina położona na szachownicy tak, aby zakrywała dwa pola, zakrywa jedno pole białe i jedno czarne. Gdyby figurę dało się pokryć kostkami domina, oznaczałoby to, że zawiera ona tyle samo pól białych, co czarnych. Jednak pełna szachownica 8×8 zawiera po 32 pola białe i czarne, więc usunięcie dwóch naroży (w naszym wypadku czarnych) prowadzi do figury o 30 polach czarnych i 32 polach białych. Skoro liczby pól białych i czarnych są różne, nie da się pokryć tej figury kostkami domina.

Pokrewne rozwiązanie można oprzeć o rysunek 3, gdzie każda kostka domina pokrywa pola o sumie liczb równej 0, a suma wszystkich liczb wpisanych w pola figury jest równa 2.

Sposób II: Pomalujmy pola kwadratu w pionowe pasy (rys. 4). Wówczas dana w zadaniu figura składa się z 31 pól białych i 31 pól czarnych. Każda kostka domina ułożona pionowo pokrywa dwa pola jednego koloru, czyli pokrywa parzystą liczbę pól każdego z kolorów. Natomiast każda kostka ułożona poziomo pokrywa po jednym (a więc nieparzystą liczbę) polu każdego koloru. Ponieważ liczby pól każdego koloru są nieparzyste, to oznacza, że gdyby figurę dało się pokryć kostkami domina, to nieparzyście wiele z nich byłoby ułożonych poziomo, a parzyście wiele pionowo.

Gdybyśmy jednak pomalowali figurę w pasy poziome, to rozumując analogicznie doszlibyśmy do konkluzji przeciwnej: pokrycie figury wymaga ułożenia poziomo parzyście wielu kostek domina, a nieparzyście wielu pionowo. Ta sprzeczność dowodzi, że pokrycie danej figury kostkami domina nie jest możliwe.

Pokrewne rozwiązanie można oprzeć na rysunku 5, gdzie każda kostka domina ułożona poziomo pokrywa pola o nieparzystej sumie liczb, a kostka pionowa o parzystej. Przy tym liczby wpisane w pola figury sumują się do 31.



rys. 4

	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	

rys. 5

Uwaga: Utało się mówić o rzędach szachownicy jako *poziomych* i *pionowych*. Nie śmiem naruszać tej tradycji, chociaż zdaję sobie sprawę, że gra w szachy na tradycyjnej szachownicy ułożonej tak, że występują na niej rzędy pionowe, nie jest możliwa w ziemskim polu grawitacyjnym (nie dotyczy szachów podróżnych z figurami magnetycznymi lub figurami z bolcami wtykanymi w dziurki na polach szachownicy). Rozumiemy więc, że słowa *poziomy* i *pionowy* odnoszą się do odpowiednich kierunków kartki lub ekranu z rysunkiem, którego używamy do prezentacji zadania.

