### Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **567**, **568** i **569** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

**567.** Zapisz liczbę 164 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).

**568.** Zapisz liczbę 176 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).

**569.** Zapisz liczbę 288 używając cyfr 2, 4 i 8 (każdej tylko raz).

Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
# TRAPEZ
**Nr 77 (37/2016)**
**Piątek, 16 września 2016 r.**

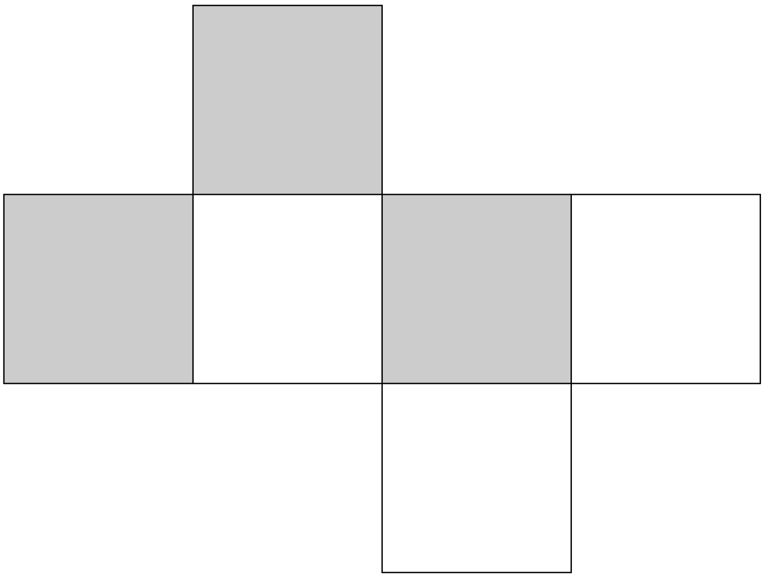
### Kolorowania, numerowania i podziały figur

**570.** Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Czy można umieścić w nim 21 prostokątów o wymiarach $1\times3$ w taki sposób, aby każdy prostokąt pokrywał 3 pola, a przy tym prostokąty na siebie nie nachodziły? Jeśli tak, to które pole może pozostać niepokryte?

### Rozwiązania zadań 562–566

**562.** $70=\dfrac{8!}{(4!)^2}$ **563.** $180=\dfrac{(8-2)!}{4}$ **564.** $280=2^8+4!$

**565.** Figura spełniająca podane warunki jest przedstawiona na rysunku 1.



rys. 1

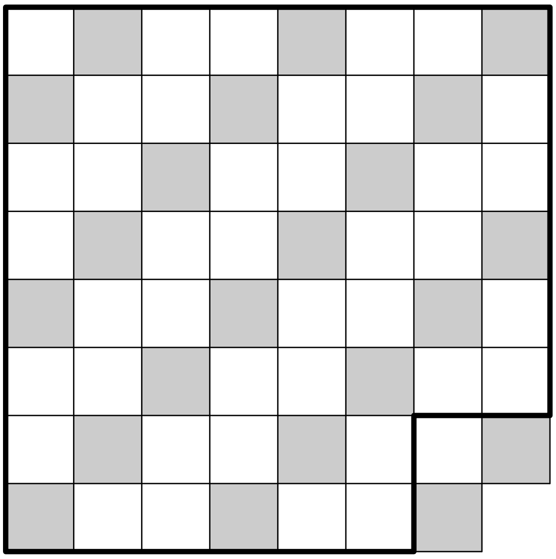
Jest to prosty, ale pouczający przykład: równość liczb pól czarnych i białych figury pokolorowanej w szachownicę jest warunkiem koniecznym, aby figurę można było pokryć kostkami domina, ale nie jest to warunek wystarczający.

**566.** *Sposób I:* Ponumerujmy pola danej figury jak na rysunku 2. Wówczas każdy prostokąt $1\times3$ pokrywający trzy pola pokrywa po jednym polu z każdym z trzech numerów 1, 2, 3. Ponieważ jednak liczby pól z numerami 1, 2, 3 są różne (wynoszą odpowiednio 21, 22, 20), żądane pokrycie figury nie jest możliwe. Zamiast używać numeracji trzema liczbami można również pokolorować pola odpowiadające numerowi 2 (rys. 3) i stwierdzić, że jest ich 22 — o jeden więcej niż prostokątów, które należałoby użyć do pokrycia figury.

Zamiast zliczać pola poszczególnych rodzajów, można stwierdzić, że fragment figury obrysowany grubą linią daje się pokryć prostokątami $1\times 3$, a zatem bilans poszczególnych rodzajów pól możemy odczytać z trzech pól w prawym dolnym narożu.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | |

rys. 2



rys. 3

*Sposób II:* Ponumerujmy pola figury jak na rysunku 4. Wówczas każdy prostokąt $1\times 3$ pokrywa trzy pola jednego rodzaju lub po jednym polu każdego z trzech rodzajów. Gdyby figurę dało się pokryć takimi prostokątami, zawierałaby ona liczby pól poszczególnych rodzajów dające takie same reszty z dzielenia przez 3. Tymczasem pól z numerami 1, 2 i 3 jest odpowiednio 24, 23 i 16, co przy dzieleniu przez 3 daje reszty 0, 2 i 1.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | |

rys. 4

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 |
| −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 |
| 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 |
| 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 |
| −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 |
| 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 |
| 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 |
| −1 | 0 | 1 | −1 | 0 | 1 | −1 | |

rys. 5

*Sposób III:* Wpiszmy w pola figury liczby jak na rysunku 5. Wowczas każdy prostokąt $1\times 3$ pokrywa pola o sumie liczb równej 0, a suma wszystkich liczb wpisanych w pola figury jest równa –1.