Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
TRAPEZ
Nr 78 (38/2016)
Piątek, 23 września 2016 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **571**, **572**, **573** i **574** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

571. Zapisz liczbę 312 używając cyfr 2, 2, 5 i 8.

572. Zapisz liczbę 315 używając cyfr 2, 2, 5 i 8.

573. Zapisz liczbę 316 używając cyfr 2, 2, 5 i 8.

574. Zapisz liczbę 318 używając cyfr 2, 2, 5 i 8.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

575. Kwadrat o boku 8 podzielono na 64 kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×5 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 5 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

Rozwiązania zadań 567–570

567. $164 = 82\cdot\sqrt{4}$ **568.** $176 = (4!-2)\cdot 8$ **569.** $288 = \dfrac{\sqrt{\sqrt{(4!)^8}}}{2}$

570. *Sposób I:* Ponumerujmy pola kwadratu jak na rysunku 1. Wówczas każdy prostokąt 1×3 pokrywający trzy pola pokrywa po jednym polu z każdym z trzech numerów 1, 2, 3. Ponieważ liczby pól z numerami 1, 2, 3 są równe odpowiednio 21, 22, 21, po umieszczeniu 21 prostokątów musi pozostać niepokryte jedno z pól oznaczonych numerem 2. Do analogicznej konkluzji dochodzimy po zastosowaniu symetrycznej numeracji (rys. 2).

Zatem pole, które mogłoby zostać niepokryte, musi mieć numer 2 na obu rysunkach 1 i 2. Cztery takie pola (ułożone symetrycznie) zaznaczono na rysunku 2.

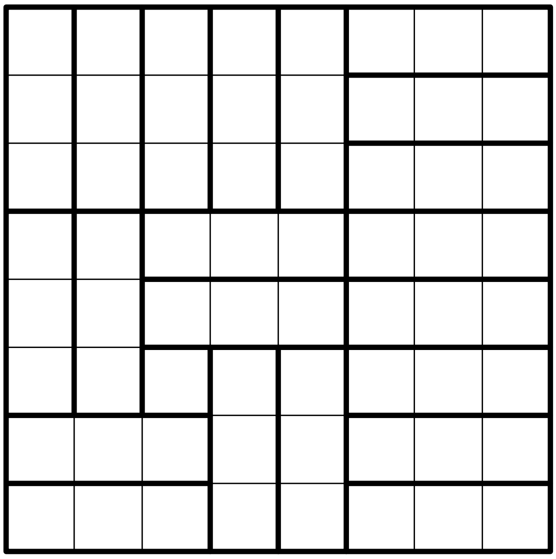
1	2	3	1	2	3	1	2
2	3	1	2	3	1	2	3
3	1	2	3	1	2	3	1
1	2	3	1	2	3	1	2
2	3	1	2	3	1	2	3
3	1	2	3	1	2	3	1
1	2	3	1	2	3	1	2
2	3	1	2	3	1	2	3

rys. 1

2	3	1	2	3	1	2	3
1	2	3	1	2	3	1	2
3	1	$\boxed{2}$	3	1	$\boxed{2}$	3	1
2	3	1	2	3	1	2	3
1	2	3	1	2	3	1	2
3	1	$\boxed{2}$	3	1	$\boxed{2}$	3	1
2	3	1	2	3	1	2	3
1	2	3	1	2	3	1	2

rys. 2

Dla zakończenia rozwiązania należy wykazać, że odpowiednie umieszczenie 21 prostokątów w kwadracie jest w ogóle możliwe. Przykład takiego rozmieszczenia jest przedstawiony na rysunku 3.



rys. 3

1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2
1	2	3	1	2	3	1	2

rys. 4

Sposób II: Ponumerujmy pola kwadratu jak na rysunku 4. Wówczas każdy prostokąt 1×3 pokrywa trzy pola jednego rodzaju lub po jednym polu każdego z trzech rodzajów. Zatem liczby pól każdego z trzech rodzajów pokryte przez prostokąty umieszczone na szachownicy dają takie same reszty przy dzieleniu przez 3. Ponieważ pól z numerami 1, 2 i 3 jest odpowiednio 24, 24 i 16, niepokryte pole musi mieć numer 3. Po uwzględnieniu analogicznego wniosku z symetrycznego numerowania, w którym pola w rzędach poziomych mają takie same numery, dochodzimy do identycznej konkluzji jak w Sposobie I.

1	1	−2	1	1	−2	1	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1
−2	−2	4	−2	−2	4	−2	−2
1	1	−2	1	1	−2	1	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1
−2	−2	4	−2	−2	4	−2	−2
1	1	−2	1	1	−2	1	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1

rys. 5

−3	1	2	−3	1	2	−3	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1
2	−2	0	2	−2	0	2	−2
−3	1	2	−3	1	2	−3	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1
2	−2	0	2	−2	0	2	−2
−3	1	2	−3	1	2	−3	1
1	1	−2	1	1	−2	1	1

rys. 6

Sposób III: Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 5. Wówczas każdy prostokąt 1×3 pokrywa pola o sumie liczb równej 0, a suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 4. Zatem niepokryte musi być pole z wpisaną liczbą 4.

Inny zestaw liczb prowadzący do analogicznej konkluzji jest przedstawiony na rysunku 6, gdzie suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0.