

Łamigłówki i zadania na weekend

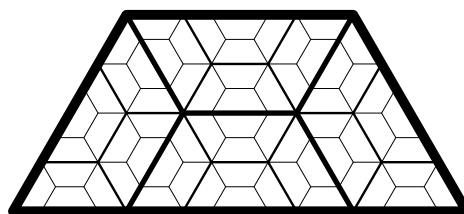
W łamigłówkach **584**, **585**, **586** i **587** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

584. Zapisz liczbę 2016 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

585. Zapisz liczbę 2040 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

586. Zapisz liczbę 2187 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

587. Zapisz liczbę 2281 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 81 (41/2016)

Piątek, 14 października 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

588. Kwadrat o boku 23 podzielono na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami. Ile prostokątów o wymiarach 1×9 potrzeba, aby pokryć cały kwadrat w taki sposób, że każdy prostokąt pokrywa 9 pól? Prostokąty mogą na siebie nachodzić (tzn. pole może być pokryte przez dwa lub więcej prostokątów).

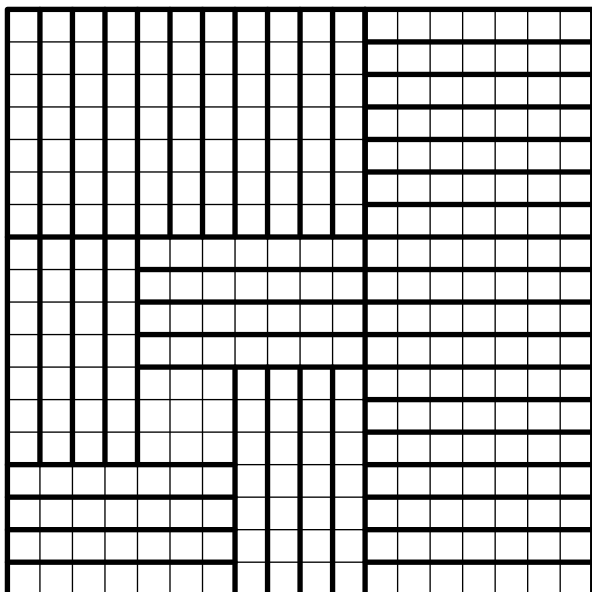
Rozwiązania zadań 580–583

580. $420 = \frac{7!}{2 \cdot 3!}$

581. $432 = 72 \cdot 3!$

582. $448 = 2^3! \cdot 7$

583. *Sposób I:* Zauważmy, że na szachownicy o boku 18 można umieścić 45 prostokątów o wymiarach 1×7 jak na rysunku 1 (tradycyjnie szachownicą nazywamy kwadrat podzielony na kwadraty jednostkowe).



rys. 1

1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4
2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1
6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2
7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4
2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1
6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2
7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4
2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5
3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7

rys. 2

Aby wykazać, że umieszczenie większej liczby prostokątów nie jest możliwe w zgodzie z warunkami zadania, rozważmy ponumerowanie pól jak na rysunku 2. Ponieważ przy takim ponumerowaniu występuje $1+8+15+14+7=45$ pól z numerem 1, a każdy prostokąt 1×7 pokrywa dokładnie jedno takie pole, wnioskujemy stąd, że umieszczenie w kwadracie więcej niż 45 prostokątów nie jest możliwe.

Sposób II: Wpiszmy w pola szachownicy liczby jak na rysunku 3. Wówczas każdy prostokąt 1×7 pokrywa pola o sumie wpisanych liczb równej 0, a suma wszystkich liczb



wpisanych w pola szachownicy jest równa 144. Jeżeli umieścimy na szachownicy prostokąty o wymiarach 1×7 , to suma liczb wpisanych w niepokryte pola będzie równa 144. Osiągnięcie takiej sumy wymaga co najmniej 9 pól (z liczbami 16). Stąd wniosek, że co najmniej 9 pól musi zostać niepokrytych, a to oznacza, że nie jest możliwe umieszczenie więcej niż 45 prostokątów.

Ponieważ na rysunku 1 pokazaliśmy, jak rozmieścić 45 prostokątów, liczba 45 jest największą liczbą prostokątów o wymiarach 1×7 , jakie można umieścić w kwadracie o boku 18 w sposób zgodny z warunkami zadania.

9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12	16	16	16	-12	-12	-12	-12
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9
9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9	-12	-12	-12	9	9	9	9

rys. 3

Uwaga: Nie podkreślamy tego w każdym zdaniu rozwiązania, ale w założeniach zadania piszemy wyraźnie o polach szachownicy po to, aby wymusić układanie prostokątów *po kratkach*. Podczas gdy w przypadku szczelnego wypełniania figury jest mniej lub bardziej jasne, że układanie musi odbywać się właśnie *po kratkach*, to w przypadku, gdy jest trochę *luzu*, takie założenie trzeba wyraźnie dopisać (jeśli taka jest nasza intencja).

