

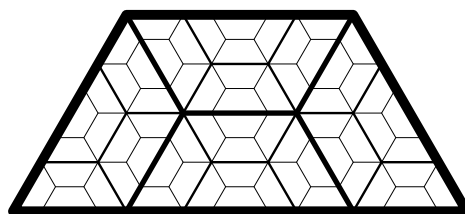
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **594**, **595** i **596** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

594. Zapisz liczbę 91 używając cyfr 0, 2, 4 i 7 (każdej tylko raz).

595. Zapisz liczbę 92 używając cyfr 0, 2, 4 i 7 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

596. Zapisz liczbę 93 używając cyfr 0, 2, 4 i 7 (każdej tylko raz). Podaj cztery istotnie różne rozwiązania.



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 83 (43/2016)

Piątek, 28 października 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

597. Czy kwadrat o boku długości 17 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2 lub 3?

Rozwiązania zadań 589–593

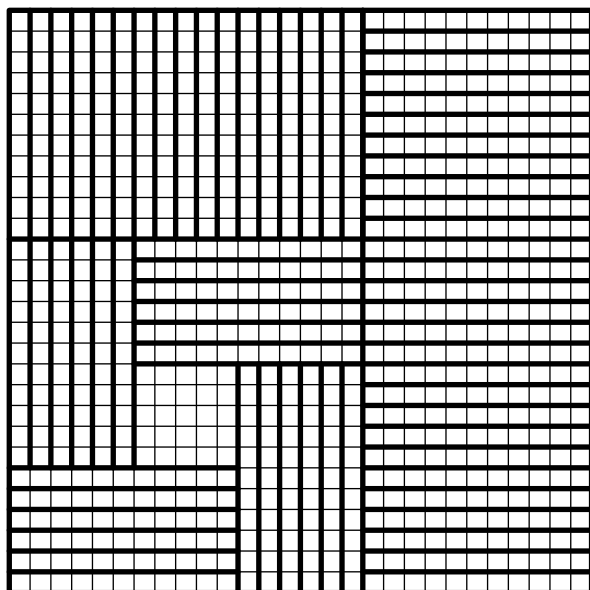
589. $61 = \frac{5! + \sqrt{4}}{2}$

590. $69 = \sqrt{\sqrt{2^4!}} + 5$

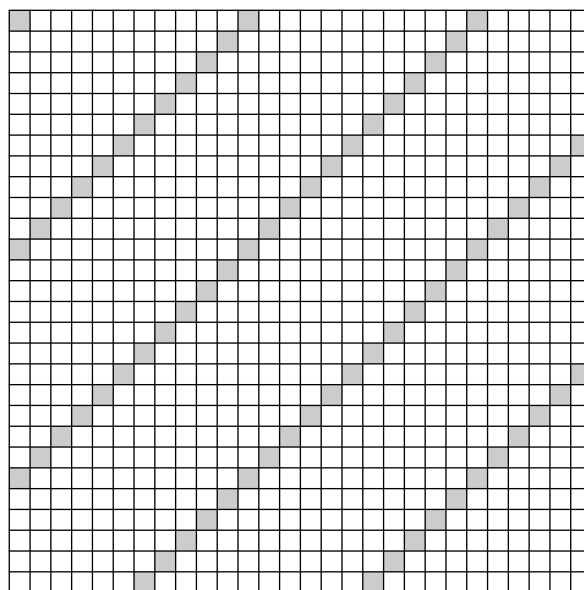
591. $600 = 4! \cdot 25 = (4+2)! - 5!$

592. $696 = (4!)^2 + 5! = ((5-2)!) - 4!$

593. *Sposób I:* Zauważmy, że na szachownicy o boku 28 można umieścić 69 prostokątów o wymiarach 1×11 jak na rysunku 1.



rys. 1



rys. 2

Aby wykazać, że umieszczenie większej liczby prostokątów nie jest możliwe w zgodzie z warunkami zadania, rozważmy pokolorowanie pól jak na rysunku 2. Ponieważ zakolorowanych jest $1+12+23+22+11=69$ pól, a każdy prostokąt 1×11 pokrywa dokładnie jedno takie pole, wnioskujemy stąd, że umieszczenie w kwadracie więcej niż 69 prostokątów nie jest możliwe.

Sposób II: Wpiszmy w pola szachownicy liczby jak na rysunku 3 (puste pola traktujemy tak, jakby wpisana była tam liczba 0). Wówczas każdy prostokąt 1×11 pokrywa pola o sumie wpisanych liczb równej 36, a suma wszystkich liczb wpisanych w pola szachownicy jest równa $2484 = 69 \cdot 36$. Stąd wniosek, że nie jest możliwe umieszczenie więcej niż



69 prostokątów. Co więcej, umieszczenie 69 prostokątów jest możliwe tylko przy pokryciu wszystkich liczb, a więc niepokryte mogą zostać tylko puste pola.

Ponieważ na rysunku 1 pokazaliśmy, jak rozmieścić 69 prostokątów, liczba 69 jest największą liczbą prostokątów o wymiarach 1×11 , jakie można umieścić w kwadracie o boku 28 sposób zgodny z warunkami zadania.

1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6						6	6	6	6	6	6
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	6	6	6	6	6	1	1	1	1	1	1

rys. 3

Uwaga do sposobu II: Aby obliczyć sumę wszystkich liczb wpisanych w pola szachownicy nie wykonując praktycznie żadnych rachunków, należy skonfrontować rysunki 1 i 3 i stwierdzić, że skoro każdy z 69 prostokątów 1×11 na rysunku 1 pokrywa pola o sumie wpisanych liczb równej 36, to wszystkie one pokrywają pola o sumie liczb $69 \cdot 36$. Do tego trzeba dodać sumę liczb w polach kwadratu 5×5 niepokrytego na rysunku 1. Spojrzenie na rysunek 3 pokazuje jednak, że te pola są puste, skąd wynika, że liczba $69 \cdot 36$ jest sumą wszystkich liczb wpisanych w pola szachownicy 28×28 .

