

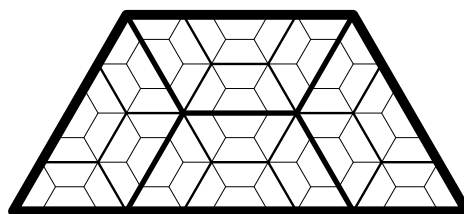
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **606**, **607** i **608** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

606. Zapisz liczbę 223 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

607. Zapisz liczbę 225 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

608. Zapisz liczbę 240 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 86 (46/2016)

Piątek, 18 listopada 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

609. Czy kwadrat o boku długości 19 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5?

Rozwiązania zadań 602–605

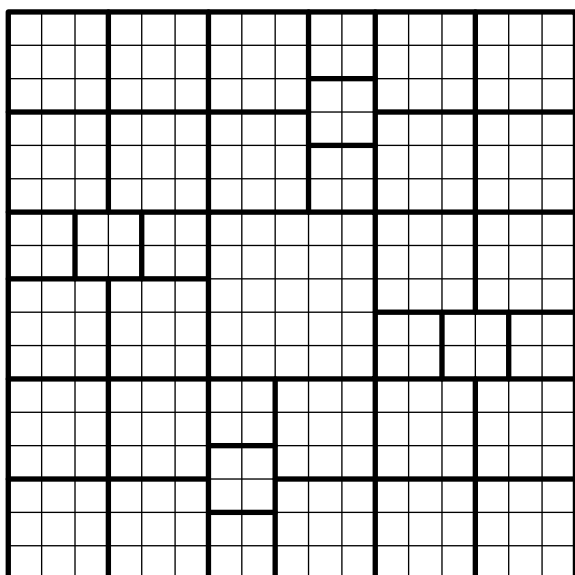
602. $193 = 5! + 73$

603. $210 = 3! \cdot 5 \cdot 7$

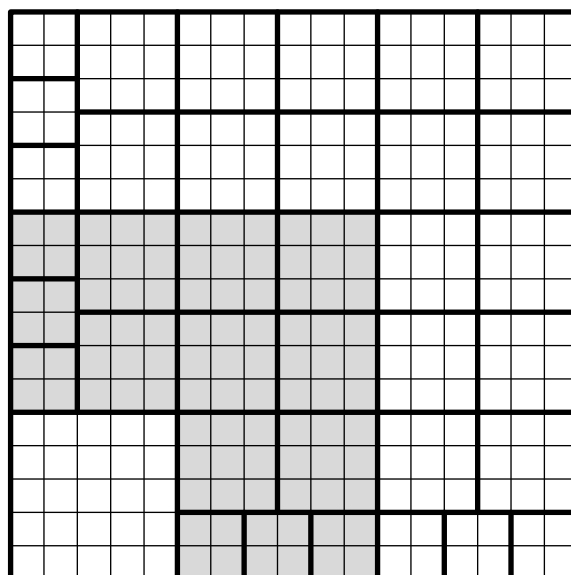
604. $216 = \sqrt{\sqrt{(3!)^{5+7}}}$

605. *Odpowiedź:* Podział kwadratu o boku długości 17 na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, jest możliwy.

Sposób I: Kwadrat można podzielić jak na rysunku 1. Konstrukcja ta jest oparta na podziale kwadratu o boku 17 na kwadrat o boku 5 oraz cztery prostokąty o wymiarach 6×11 . Istotne jest przy tym spostrzeżenie, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 2$ prostokąt o wymiarach $6 \times n$ można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2 lub 3.



rys. 1



rys. 2

Na konstrukcję tę można też spojrzeć w inny sposób, dostrzegając jako jej podstawę podział kwadratu 17×17 na kwadrat 5×5 , cztery kwadraty 6×6 i cztery prostokąty 5×6 .

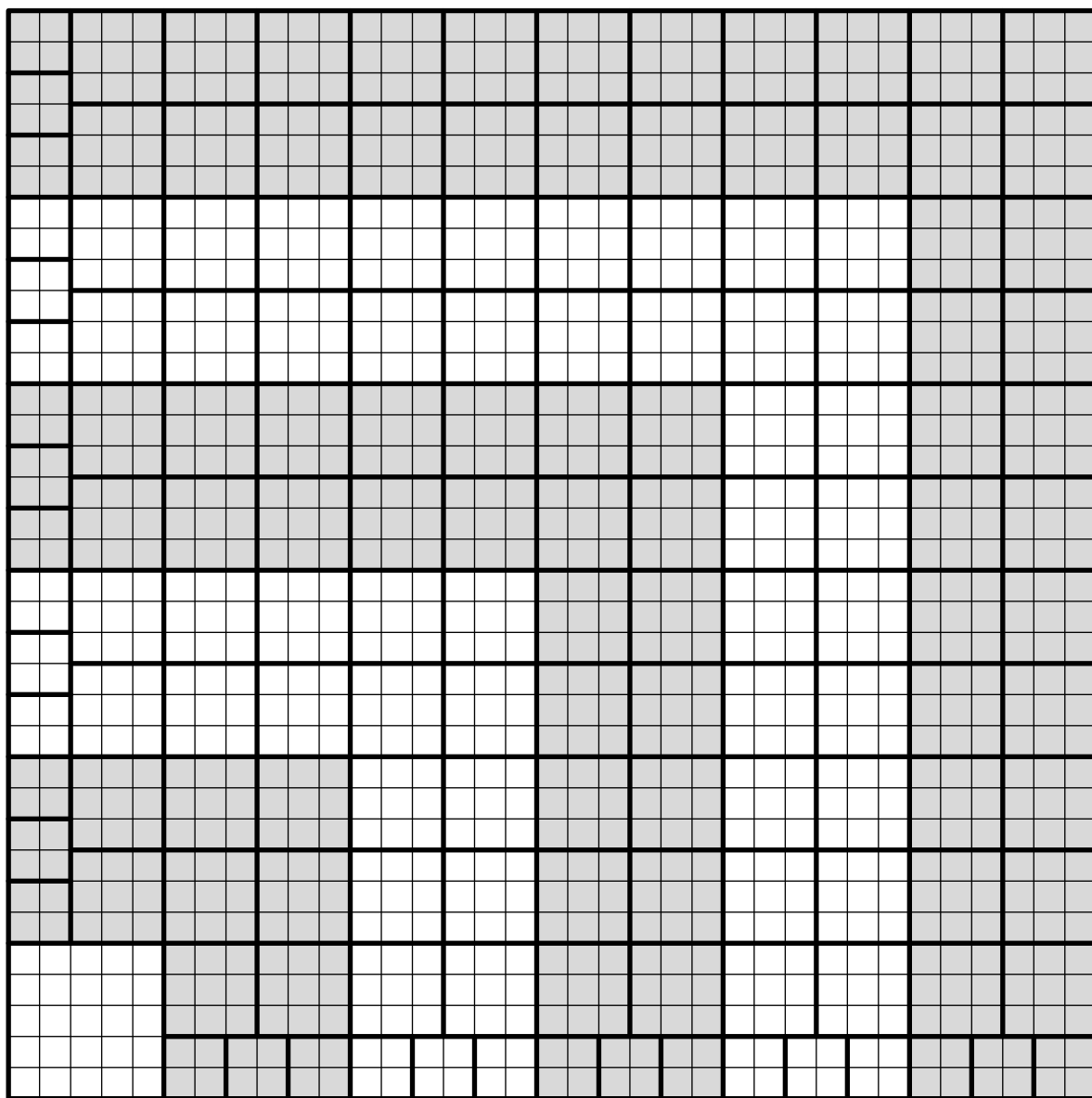
Sposób II: Inny sposób podziału jest pokazany na rysunku 2, gdzie kwadrat o boku 5 umieszczamy w narożu, a następnie obudowujemy go pasami o szerokości 6.



Uwagi: Konstrukcja przedstawiona w Sposobie II może zostać wykorzystana do udowodnienia, że dla każdej liczby całkowitej nieujemnej k , kwadrat o boku $6k + 5$ można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5.

Kilka kroków tej konstrukcji jest przedstawionych na rysunku 3, gdzie pokazano podziały kwadratów o bokach 5, 11, 17, 23, 29, 35. Oczywiście podział kwadratu o boku 35 ma w tym kontekście tylko i wyłącznie walor prezentacji ogólnej konstrukcji, gdyż sam kwadrat o boku 35 można w oczywisty sposób podzielić na 49 kwadratów o boku 5.

Z uwagi do rozwiązania zadania **601** zamieszczonej w poprzednim **Trapezie** wynika, że kwadratu o boku 17 nie da się podzielić na kwadraty o bokach 2, 3 lub 5 używając tylko dwóch rodzajów kwadratów – każdy podział musi zawierać co najmniej jeden kwadrat o boku 2, co najmniej jeden kwadrat o boku 3 i co najmniej jeden kwadrat o boku 5.



rys. 3

