

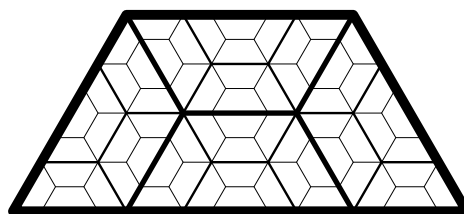
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **610**, **611** i **612** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

610. Zapisz liczbę 245 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

611. Zapisz liczbę 250 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

612. Zapisz liczbę 252 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 87 (47/2016)

Piątek, 25 listopada 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

613. Czy kwadrat o boku długości 19 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, przy czym kwadrat o boku 3 jest tylko jeden?

Rozwiązania zadań 606–609

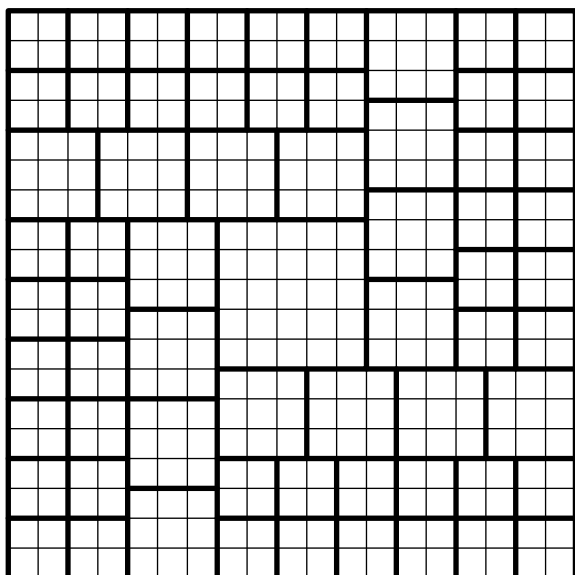
606. $223 = 7^3 - 5!$

607. $225 = 75 \cdot 3$

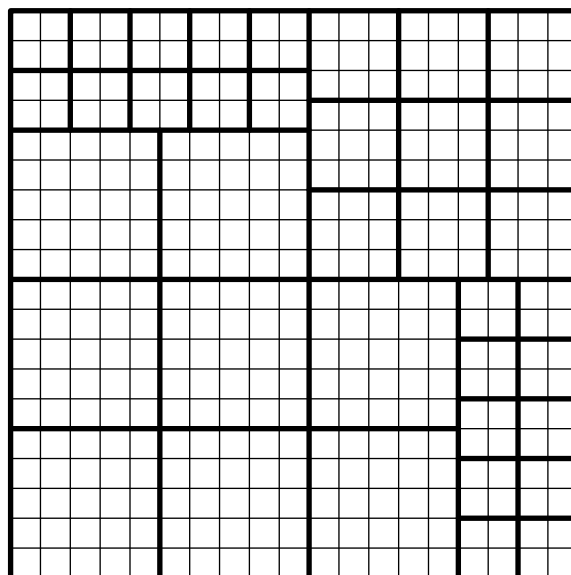
608. $240 = 5! \cdot \sqrt{7-3}$

609. *Odpowiedź:* Podział kwadratu o boku długości 19 na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, jest możliwy.

Sposób I: Kwadrat można podzielić jak na rysunku 1. Konstrukcja ta jest oparta na podziale kwadratu o boku 19 na kwadrat o boku 5 oraz cztery prostokąty o wymiarach 7×12 .



rys. 1



rys. 2

Sposób II: Inne rozwiązanie zadania jest przedstawione na rysunku 2. Konstrukcja ta jest oparta na podziale kwadratu 19×19 na kwadrat 9×9 , kwadrat 10×10 i dwa prostokąty 9×10 .

Sposób III: Jeszcze inny sposób podziału, będący częścią ogólniejszej konstrukcji, jest pokazany na rysunku 3.

W lewym dolnym rogu widzimy kwadrat o boku 13 podzielony na kwadraty o bokach 2, 3 i 5. Następnie kwadrat ten jest obudowany pasami o szerokości 6 (złożonymi z kwadratów 2×2 i 3×3) w celu uzyskania kolejno kwadratów o bokach 19, 25, 31 i 37.



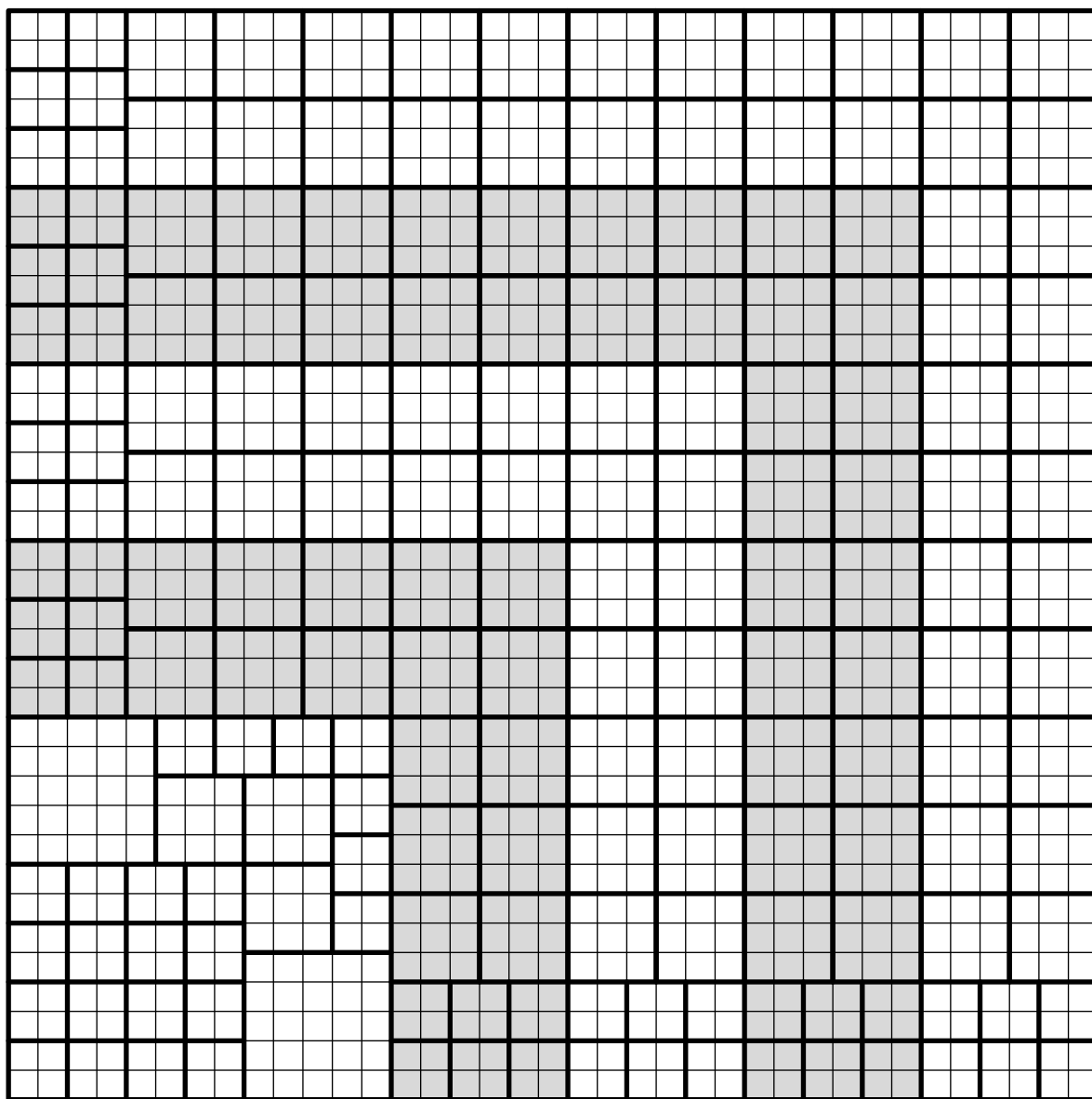
W ten sposób pokazujemy metodę podziału kwadratu o boku $6k+1$ dla dowolnej liczby naturalnej $k \geq 2$.

Uwaga: W połączeniu z uwagą do rozwiązania zadania **605** zamieszczoną w poprzednim **Trapezie** otrzymujemy następujące twierdzenie:

Dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n różnej od 1 i 7, kwadrat o boku długości n można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5.

Uwzględniliśmy tu także trywialny przypadek liczby n podzielnej przez 2 lub 3.

Oczywiście podział kwadratu o boku 1 jest niemożliwy. Także podział kwadratu o boku 7 nie jest możliwy, gdyż jak już wiemy, taki podział musiałby wykorzystywać po co najmniej jednym kwadracie każdego z trzech rozmiarów, a kwadrat o boku 7 jest za mały, aby można w nim zmieścić niezachodzące na siebie kwadraty o bokach 3 i 5 (ułożone *po kratkach*).



rys. 3

