

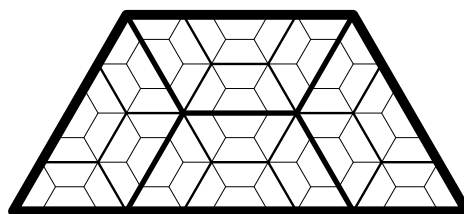
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **614**, **615** i **616** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

614. Zapisz liczbę 280 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

615. Zapisz liczbę 288 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

616. Zapisz liczbę 2880 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 88 (48/2016)

Piątek, 2 grudnia 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

617. Czy kwadrat o boku długości 24 można podzielić na kwadraty, z których każdy ma bok długości 2, 3 lub 5, przy czym kwadrat o boku 5 jest dokładnie jeden?

Rozwiązania zadań 610–613

610. $245 = 35 \cdot 7$

611. $250 = 3^5 + 7$

612. $252 = \frac{3! \cdot 7!}{5!}$

613. Sposób I: Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 1. Wówczas suma liczb wpisanych w pola prostokąta obwiedzionego grubą linią jest równa 0. Poza tym prostokątem znajduje się 19 pól z jedynekami, skąd wynika, że suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 19.

Zauważmy też, że każdy kwadrat o boku 2 pokrywa pola o sumie liczb równej 0, każdy kwadrat o boku 3 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 3 , a każdy kwadrat o boku 5 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 5 . Oczywiście dopuszczamy tu tylko kwadraty narysowane *po kratkach*.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

rys. 1

Rozważanie sum liczb wpisanych w pola *modulo* 5 prowadzi do następujących wniosków:

- suma liczb wpisanych we wszystkie pola kwadratu daje resztę 4 przy dzieleniu przez 5,
- suma liczb wpisanych w pola pokryte przez kwadrat o boku 2 lub 5 jest podzielna przez 5,
- suma liczb wpisanych w pola pokryte przez kwadrat o boku 3 daje resztę 2 lub 3 przy dzieleniu przez 5.

Z powyższych spostrzeżeń wynika więc, że nie jest możliwy podział kwadratu o boku 19 na kwadraty o bokach 2 lub 5 oraz co najwyżej jeden kwadrat o boku 3.



Sposób II: Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 2. Wówczas suma liczb wpisanych w pola figury obwiedzonej grubą linią jest równa 0. Poza tą figurą znajdują się 4 pola z jedynkami, skąd wynika, że suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 4.

Zauważmy też, że każdy kwadrat o boku 2 lub 5 pokrywa pola o sumie liczb równej 0, a każdy kwadrat o boku 3 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 3 lub ± 2 . Stąd wniosek, że podział kwadratu o boku 19 na kwadraty o bokach 2 lub 5 oraz co najwyżej jeden kwadrat o boku 3 nie jest możliwy.

1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1	4	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1	-4	1	1	1	1

rys. 2

Uwaga: Powyższe zadanie nawiązuje do zadania 609 z Trapezu 86, rozwiązanego w Trapezie 87, gdzie pokazano jak podzielić kwadrat o boku 19 na kwadraty o bokach 2, 3, 5, gdy nie ma żadnych ograniczeń co do liczby użytych kwadratów poszczególnej rozmiarów.

