Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **618**, **619** i **620** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

618. Zapisz liczbę 336 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

619. Zapisz liczbę 338 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

620. Zapisz liczbę 339 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 89 (49/2016)
Piątek, 9 grudnia 2016 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

621. Czy sześcian o krawędzi długości 19 można podzielić na sześciany, z których każdy ma krawędź długości 2, 3 lub 5?

Rozwiązania zadań 614–617

614. $280=\frac{7\cdot 5!}{3}$ **615.** $288=\frac{7!}{5}-(3!)!$ **616.** $2880=5!\cdot(7-3)!$

617. *Sposób I:* Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 1. Wówczas suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0.

-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

rys. 1

Zauważmy też, że każdy kwadrat o boku 2 pokrywa pola o sumie liczb równej 0, każdy kwadrat o boku 3 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 3, a każdy kwadrat o boku 5 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 5. Jak zwykle w sytuacji, gdy mówimy o polach, dopuszczamy tu tylko kwadraty narysowane *po kratkach*.

Z powyższych obserwacji wynika, że przy podziale kwadratu o boku 24 na kwadraty o bokach 2, 3, 5, suma liczb wpisanych w pola wszystkich kwadratów o boku 5 jest podzielna przez 3. A to jest niemożliwe, gdyby był dokładnie jeden taki kwadrat.

Sposób II: Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 2. Wówczas suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0.

Zauważmy też, że każdy kwadrat o boku 2 lub 3 pokrywa pola o sumie liczb równej 0, a każdy kwadrat o boku 5 pokrywa pola o sumie liczb równej ± 1 lub ± 2. Stąd wniosek, że podział kwadratu o boku 24 na kwadraty o bokach 2 lub 3 oraz dokładnie jeden kwadrat o boku 5 nie jest możliwy.

-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2
-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2	1	1	-2

rys. 2