Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 93 (1/2017)

Czwartek, 5 stycznia 2017 r.

Łamigłówki i zadania na długi weekend

W łamigłówkach **646–654** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

646. Zapisz liczbę 441 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

647. Zapisz liczbę 502 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

648. Zapisz liczbę 630 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

649. Zapisz liczbę 741 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

650. Zapisz liczbę 841 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

651. Zapisz liczbę 1017 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

652. Zapisz liczbę 2016 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

653. Zapisz liczbę 7776 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

654. Zapisz liczbę 10000 używając cyfr 2, 0, 1 i 7 (każdej tylko raz).

Kolorowania, numerowania i podziały figur

655. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 13 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11.

Rozwiązania zadań 636–645

636. $224=7\cdot\sqrt{2^{10}}$ **637.** $241=\dfrac{7!}{21}+0!$ **638.** $243=\sqrt{\sqrt{(7+2)^{10}}}$

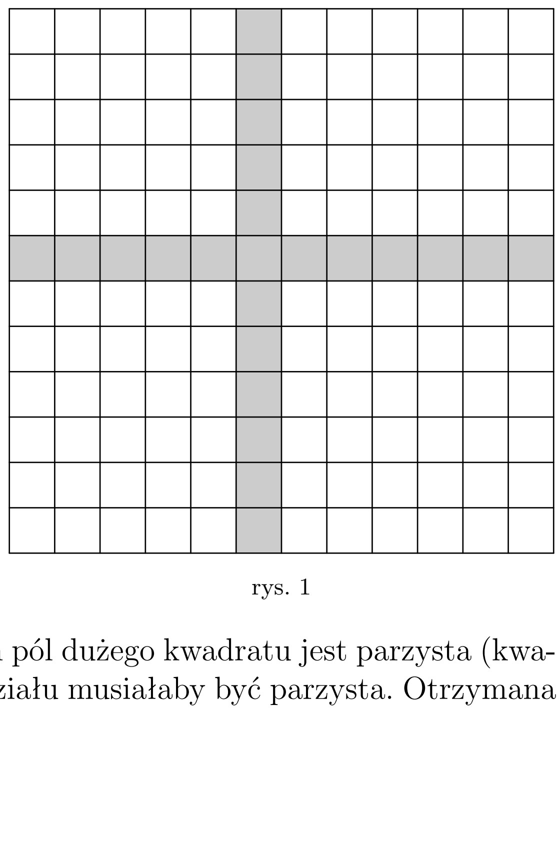
639. $253=\dfrac{7!}{20}+1$ **640.** $255=2^{7+1}-0!$ **641.** $324=(17+0!)^2$

642. $342=7^{1+2}-0!$ **643.** $355=\dfrac{710}{2}$ **644.** $421=\dfrac{7!}{12}+0!$

645. Wykażemy, że podział kwadratu o boku 12 na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×9 lub 1×11, nie jest możliwy.

Sposób I:

Podzielmy kwadrat o boku 12 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1. Wówczas każdy prostokąt 1×9 lub 1×11 ułożony po kratkach pokrywa dokładnie jedno zamalowane pole albo pokrywa same zamalowane pola. Tak czy owak liczba zamalowanych pól pokrywanych przez prostokąt jest nieparzysta. Gdyby więc istniał podział kwadratu o boku 12 na prostokąty 1×9 i 1×11, musiałoby być nieparzyście wiele prostokątów podziału, gdyż zamalowanych jest nieparzyście wiele pól (zamalowane są 23 pola). Z drugiej zaś strony każdy prostokąt o wymiarach 1×9 lub 1×11 ułożony po kratkach pokrywa nieparzyście wiele pól, a skoro liczba wszystkich pól dużego kwadratu jest parzysta (kwadrat zawiera 144 pola), liczba prostokątów podziału musiałaby być parzysta. Otrzymana



rys. 1

sprzeczność dowodzi, że podział kwadratu o boku 12 na prostokąty o wymiarach 1×9 i 1×11 nie jest możliwy.

Sposób II:

Podzielmy kwadrat o boku 12 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1. Wówczas każdy prostokąt o wymiarach 1×9 lub 1×11 ułożony po kratkach pokrywa 0, 8 lub 10 niezamalowanych pól, czyli parzyście wiele niezamalowanych pól. Tymczasem liczba wszystkich niezamalowanych pól jest nieparzysta (niezamalowanych pól jest 121). To dowodzi, że podział kwadratu o boku 12 na prostokąty o wymiarach 1×9 i 1×11 nie jest możliwy.

1	−1	1	−1						1	−1	1
−1	1	−1	1						−1	1	−1
1	−1	1	−1						1	−1	1
−1	1	−1	1						−1	1	−1
1	−1	1	−1						1	−1	1
−1	1	−1	1						−1	1	−1
1	−1	1	−1						1	−1	1

rys. 2

Sposób III:

Podzielmy kwadrat o boku 12 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie wpiszmy w pola liczby jak na rysunku 2. Puste pola traktujemy tak, jak gdyby wpisana w nie była liczba 0. Wówczas każdy prostokąt o wymiarach 1×9 lub 1×11 ułożony po kratkach pokrywa pola o sumie wpisanych liczb równej 0. Tymczasem suma wszytskich liczb wpisanych w pola dużego kwadratu jest równa 1, a więc jest różna od zera. To dowodzi, że podział kwadratu o boku 12 na prostokąty o wymiarach 1×9 i 1×11 nie jest możliwy.