Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 100 (8/2017)

Piątek, 24 lutego 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **681–690** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

681. Zapisz liczbę 100 używając ośmiokrotnie cyfry 0.

682. Zapisz liczbę 100 używając pięciokrotnie cyfry 1. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

683. Zapisz liczbę 100 używając pięciokrotnie cyfry 2. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

684. Zapisz liczbę 100 używając czterokrotnie cyfry 3.

685. Zapisz liczbę 100 używając czterokrotnie cyfry 5. Podaj trzy istotnie różne rozwiązania.

686. Zapisz liczbę 100 używając sześciokrotnie cyfry 7. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

687. Zapisz liczbę 100 używając czterokrotnie cyfry 8.

688. Zapisz liczbę 100 używając cyfr 2, 3 i 4 (każdej tylko raz).

689. Zapisz liczbę 100 używając cyfr 5, 6, 7 i 8 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

690. Zapisz liczbę 100 używając cyfr 7, 8 i 9 (każdej tylko raz).

Kolorowania, numerowania i podziały figur

691. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 17 można podzielić na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times1\times9$ lub $1\times1\times11$.

Rozwiązania zadań 677–680

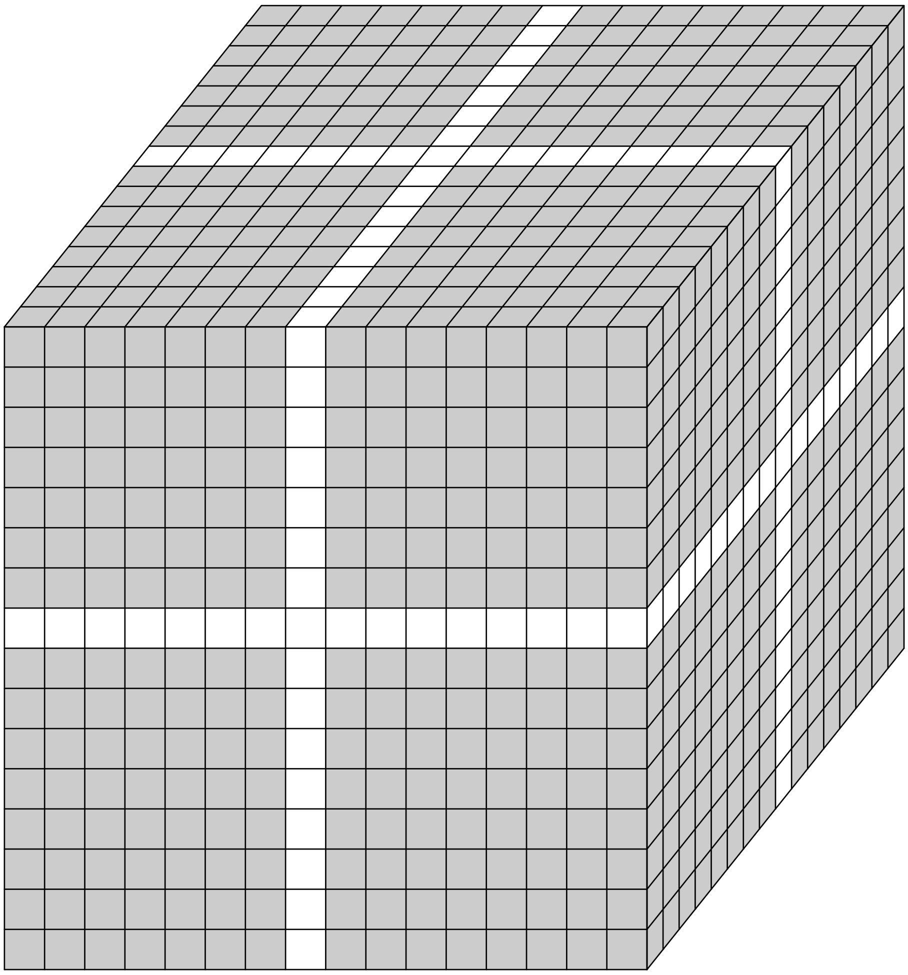
677. $169=5!+\sqrt{\sqrt{7^8}}$ **678.** $175=7\cdot\sqrt{\sqrt{5^8}}$ **679.** $181=\sqrt{8^5-7}$

680. Wykażemy, że podział sześcianu o krawędzi 16 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times1\times9$ lub $1\times1\times11$, nie jest możliwy.

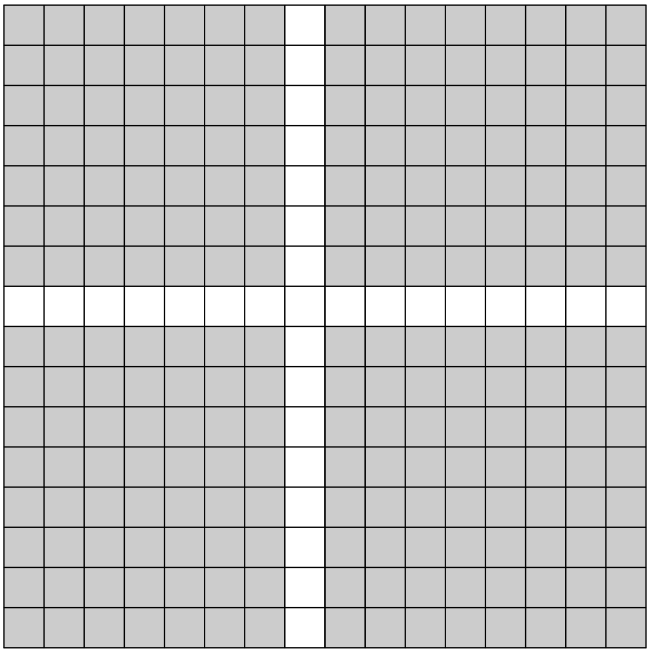
Podzielmy sześcian o krawędzi 16 na sześciany jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1. Dokładniej, każda warstwa oprócz ósmej od góry jest pokolorowana tak jak na rysunku 2, natomiast pola warstwy ósmej nie są pokolorowane.

Wówczas każdy prostopadłościan o wymiarach $1\times1\times9$ ułożony w danym sześcianie po kratkach pokrywa 9 pól niezamalowanych albo jedno pole niezamalowane i 8 zamalowanych. Z kolei każdy prostopadłościan o wymiarach $1\times1\times11$ ułożony po kratkach pokrywa 11 pól niezamalowanych albo jedno pole niezamalowane i 10 zamalowanych. Wynika stąd, że prostopadłościany dopuszczalnych rozmiarów pokrywają 0, 8 lub 10 zamalowanych pól, a więc parzystą ich liczbę. Tymczasem liczba zamalowanych pól w całym sześcianie o krawędzi 16 jest równa 15^3, a zatem jest nieparzysta.

To dowodzi, że podział sześcianu o krawędzi 16 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times1\times9$ lub $1\times1\times11$, nie jest możliwy.



rys. 1



rys. 2