Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 101 (9/2017)

Piątek, 3 marca 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **692**, **693** i **694** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

692. Zapisz liczbę 30 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

693. Zapisz liczbę 50 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

694. Zapisz liczbę 121 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

Kolorowania, numerowania i podziały figur

695. Rozstrzygnij, czy sześcian o krawędzi 36 można podzielić na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times 1\times 19$ lub $1\times 1\times 21$.

Rozwiązania zadań 681–691

681. $100=(((0!+0!+0!)!-0!)\cdot(0!+0!))^{0!+0!}=\left((0!+0!+0!)^{0!+0!}+0!\right)^{0!+0!}$

682. $100=111-11=(11-1)^{1+1}$

683. $100=((2+2)!\cdot 2+2)\cdot 2=(2\cdot 2\cdot 2+2)^2=\left(\frac{(2+2)!}{2}-2\right)^2=\left(\frac{22-2}{2}\right)^2$

684. $100=\dfrac{(3!)!-\frac{(3!)!}{3!}}{3!}$

685. $100=5!+5-5\cdot 5=5\cdot(5\cdot 5-5)=(5+5)\cdot(5+5)$

686. $100=\dfrac{777-77}{7}=7\cdot(7+7)+\dfrac{7+7}{7}$

687. $100=\sqrt{\sqrt{\left(8+\sqrt{\sqrt{8\cdot 8}}\right)^8}}$

688. $100=(4+3!)^2$

689. $100=58+6\cdot 7=\dfrac{7!}{6\cdot 8}-5=\dfrac{8\cdot 75}{6}$

Trzecie rozwiązanie zadania **689** podał **Remigiusz Suwalski.**

690. $100=\sqrt{\sqrt{\left(7+\sqrt{9}\right)^8}}$

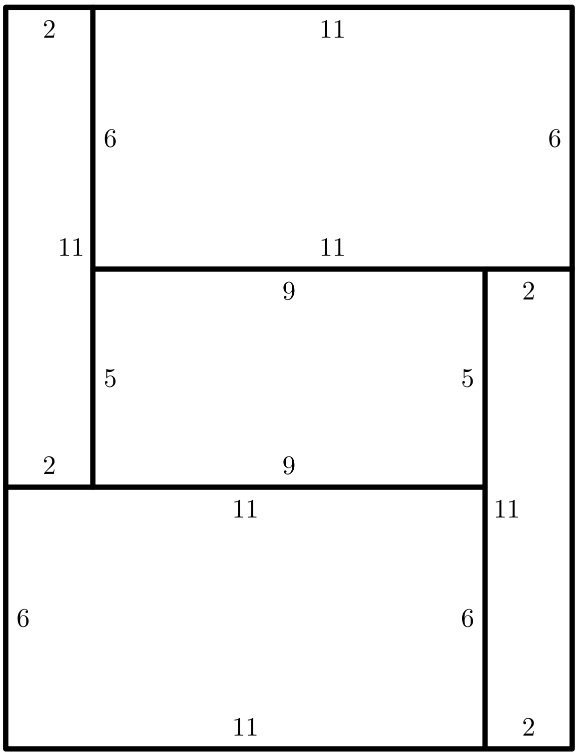
691. Wykażemy, że podział sześcianu o krawędzi 17 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times 1\times 9$ lub $1\times 1\times 11$, jest możliwy.

W celu skonstruowania odpowiedniego podziału przestrzennego, najpierw rozwiążemy dwa zadania płaskie.

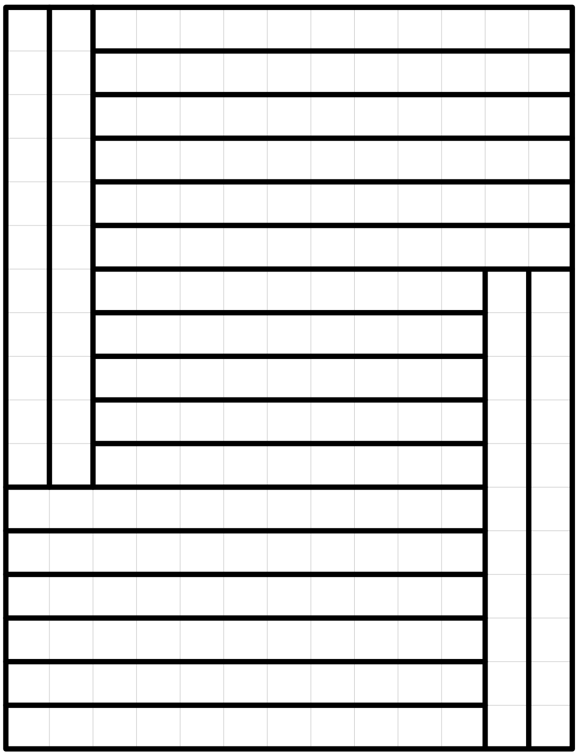
Po pierwsze zauważmy, że prostokąt o wymiarach 13×17 można podzielić na prostokąt o wymiarach 5×9, dwa prostokąty o wymiarach 6×11 oraz dwa prostokąty o wymiarach 2×11 jak na rysunku 1. To prowadzi do przedstawionego na rysunku 2 podziału prostokąta o wymiarach 13×17 na prostokąty o wymiarach 1×9 i 1×11. Należy przy tym podkreślić, że możliwość podziału prostokąta 13×17 na prostokąty 1×9 i 1×11 jest równoważna możliwości podziału prostopadłościanu $1\times 13\times 17$ na prostopadłościany $1\times 1\times 9$ i $1\times 1\times 11$.

Ponadto zauważmy, że kwadrat o boku 17 można podzielić na kwadrat o boku 9 i cztery prostokąty o wymiarach 4×13 jak na rysunku 3. W ten sposób dochodzimy do przedstawionego na rysunku 4 podziału kwadratu o boku 17 na prostokąty o wymiarach 1×9 i 1×13. To oznacza, że patrząc od góry na sześcian o krawędzi 17 i stosując podział kwadratu o boku 17 na prostokąty 1×9 i 1×13 otrzymujemy podział sześcianu o krawędzi 17 na prostopadłościany $1\times 9\times 17$ i $1\times 13\times 17$. Z kolei prostopadłościan o wymiarach $1\times 9\times 17$ daje się w oczywisty sposób podzielić na prostopadłościany $1\times 1\times 9$, a prostopadłościan $1\times 13\times 17$ umiemy już podzielić na prostopadłościany $1\times 1\times 9$ i $1\times 1\times 11$.

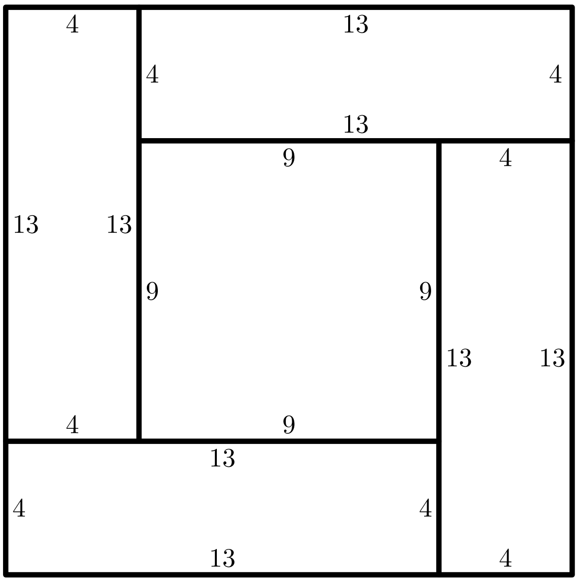
To kończy konstrukcję podziału sześcianu o krawędzi 17 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times1\times9$ lub $1\times1\times11$.



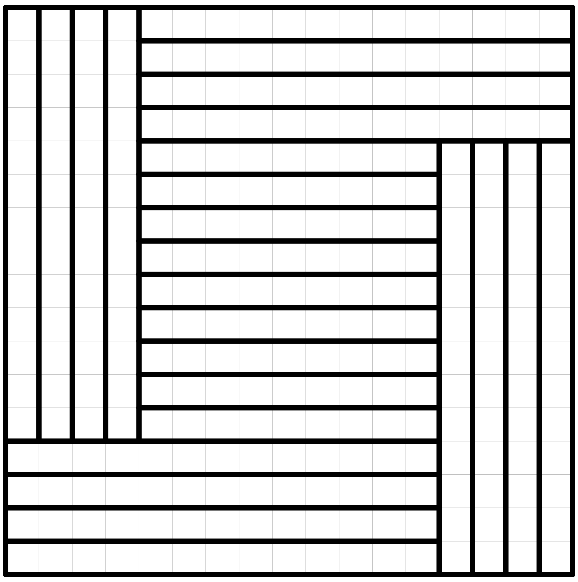
rys. 1



rys. 2



rys. 3



rys. 4

Uwaga:

Powyższe zadanie jest szczególnie interesujące w kontekście zadania **672** zamieszczonego w **Trapezie 97** i rozwiązanego w **Trapezie 98**. Okazuje się bowiem, że kwadratu o boku 17 nie można podzielić na prostokąty 1×9 i 1×11, ale podział sześcianu o krawędzi 17 na prostopadłościany $1\times1\times9$ i $1\times1\times11$ jest możliwy.