

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **700**, **701** i **702** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

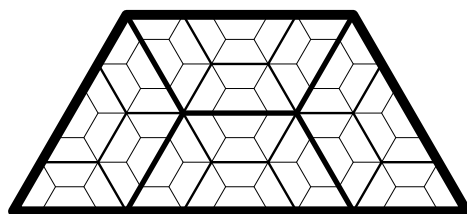
700. Zapisz liczbę 169 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

701. Zapisz liczbę 175 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

702. Zapisz liczbę 180 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

Kolorowania, numerowania i podziały figur

703. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 16 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×10 lub 1×13 .



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 103 (11/2017)

Piątek, 17 marca 2017 r.

Rozwiązania zadań 696–699

696. $127 = \sqrt{47} - 1 = (4+1)! + 7$ **697.** $144 = 4! \cdot (7-1)$ **698.** $211 = \frac{7!}{4!} + 1$
Drugie rozwiązanie zadania **696** podał Mistrz Były Geometrii.

699. Wykażemy, że podział sześcianu o krawędzi 37 na prostopadłościanny, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 19$ lub $1 \times 1 \times 21$, nie jest możliwy.

Podzielmy sześcian o krawędzi 37 na sześciany jednostkowe zwane dalej polami, a następnie wpisujemy w pola liczby według następujących reguł:

- najpierw wpisujemy liczbę $-18 \cdot 20^2 = -7200$ w centralne pole sześcianu,
- następnie w każde puste pole, którego środek leży na prostej równoległej do krawędzi sześcianu i przechodzącej przez środek sześcianu, wpisujemy liczbę $18 \cdot 20 = 360$,
- potem w każde puste pole, którego środek leży na płaszczyźnie równoległej do ściany sześcianu i przechodzącej przez środek sześcianu, wpisujemy liczbę -20 ,
- w każde z pozostałych pól wpisujemy liczbę 1.

Schemat rozmieszczenia liczb jest przedstawiony na rysunkach 1 i 2, gdzie dla zachowania czytelności przyjęto krawędź sześcianu 11 zamiast 37.

Rysunek 1 przedstawia rozmieszczenie liczb w każdej warstwie oprócz warstwy środkowej, w pola której to warstwy wpisane są liczby jak na rysunku 2.

Każdy prostopadłościan o wymiarach $1 \times 1 \times 19$ ułożony po kratkach zawiera 19 pól, w które może być wpisany jeden z następujących zestawów liczb:

- jedna liczba -20 oraz osiemnaście liczb 1, co daje sumę -2 ,
- jedna liczba 360 oraz osiemnaście liczb -20 , co daje sumę 0 ,
- jedna liczba -7200 oraz osiemnaście liczb 360, co daje sumę -720 .

Podobnie każdy prostopadłościan o wymiarach $1 \times 1 \times 21$ ułożony po kratkach zawiera 21 pól, w które może być wpisany jeden z następujących zestawów liczb:

- jedna liczba -20 oraz dwadzieścia liczb 1, co daje sumę 0 ,
- jedna liczba 360 oraz dwadzieścia liczb -20 , co daje sumę -40 ,
- jedna liczba -7200 oraz dwadzieścia liczb 360, co daje sumę 0 .

Stąd wniosek, że każdy prostopadłościan o wymiarach $1 \times 1 \times 19$ lub $1 \times 1 \times 21$ zawiera pola o sumie niedodatniej. Tymczasem suma liczb wpisanych we wszystkie pola sześcianu o krawędzi 37 jest równa

$$-7200 + 3 \cdot 36 \cdot 360 - 3 \cdot 36^2 \cdot 20 + 36^3 \cdot 1 = 576,$$

jest więc dodatnia. Nie można więc podzielić tego sześcianu na prostopadłościanny, z których każdy zawiera pola o niedodatniej sumie liczb.



1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	-20	1	1	1	1	1

rys. 1

-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
360	360	360	360	360	-7200	360	360	360	360	360
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20
-20	-20	-20	-20	-20	360	-20	-20	-20	-20	-20

rys. 2

