

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **704**, **705** i **706** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

704. Zapisz liczbę 284 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

705. Zapisz liczbę 287 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

706. Zapisz liczbę 289 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 104 (12/2017)

Piątek, 24 marca 2017 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

707. Udowodnij, że kwadrat o boku 16 nie można podzielić na 23 prostokąty o wymiarach 1×10 i 2 prostokąty o wymiarach 1×13 .

708. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 17 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×10 lub 1×13 .

Rozwiązania zadań 700–703

700. $169 = 7 \cdot 4! + 1$

701. $175 = 7 \cdot (4! + 1)$

702. $180 = \frac{(7-1)!}{4}$

703. Wykażemy, że podział kwadratu o boku 16 na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×10 lub 1×13 , jest możliwy.

Sposób I:

Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na kwadrat o boku 10 i cztery prostokąty o wymiarach 3×13 jak na rysunku 1. Ponieważ kwadrat o boku 10 można podzielić na 10 prostokątów o wymiarach 1×10 , a każdy z czterech prostokątów 3×13 można podzielić na trzy prostokąty o wymiarach 1×13 , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach 1×10 i 1×13 .

Sposób II:

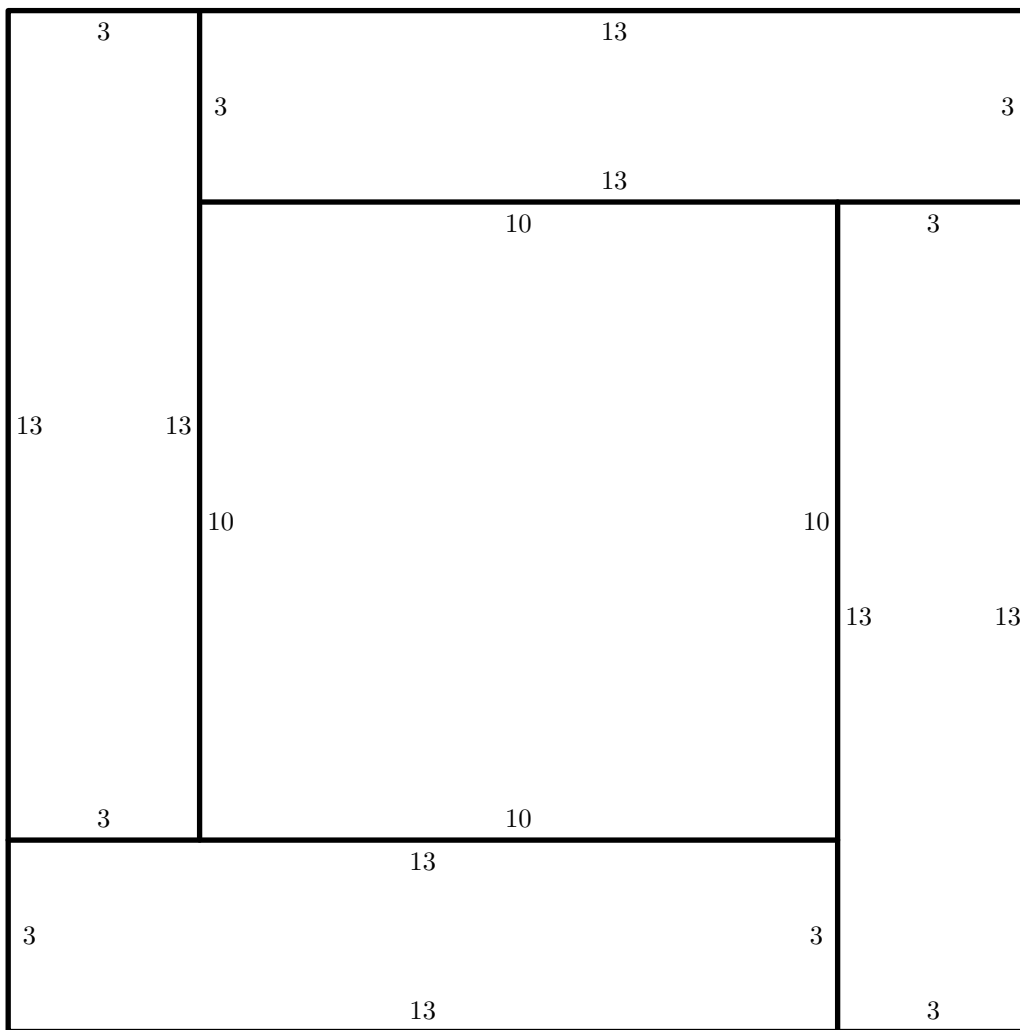
Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na prostokąt o wymiarach 4×10 , dwa prostokąty 3×10 i dwa prostokąty 6×13 jak na rysunku 2. Ponieważ prostokąty 4×10 i 3×10 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×10 , a prostokąty 6×13 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×13 , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach 1×10 i 1×13 .

Sposób III:

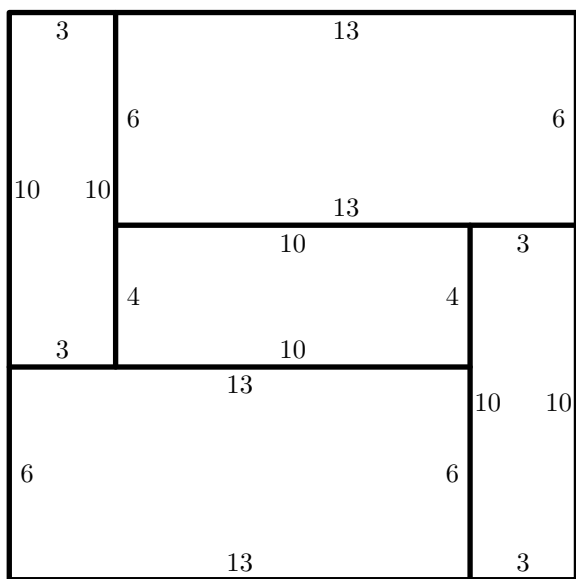
Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na prostokąt o wymiarach 7×10 , prostokąt 3×10 , dwa prostokąty 3×13 i prostokąt 6×13 jak na rysunku 3. Ponieważ prostokąty 7×10 i 3×10 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×10 , a prostokąty 3×13 i 6×13 można podzielić na prostokąty o wymiarach 1×13 , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach 1×10 i 1×13 .

Uwaga:

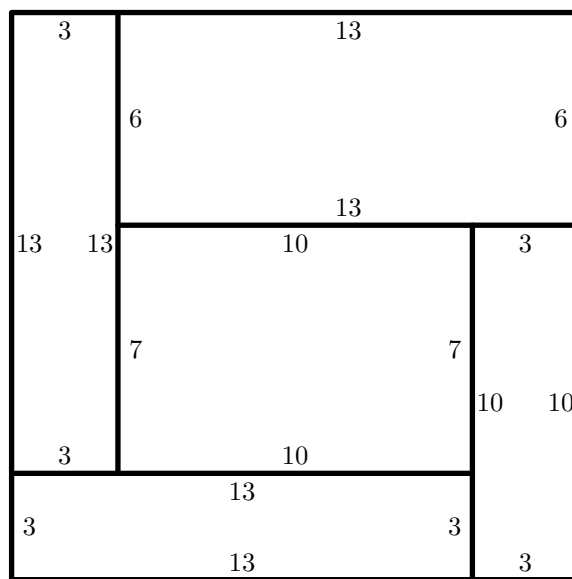
Nietrudno zauważyć, że każdy z trzech opisanych sposobów podziału prowadzi do podziału na 10 prostokątów 1×10 i 12 prostokątów 1×13 . Dokonanie czystego bilansu pól (bez uwzględnienia geometrii figur) pokazuje, że jest to jedna z dwóch możliwości. Drugą teoretycznie dopuszczalną możliwością jest podział na 23 prostokąty 1×10 i 2 prostokąty 1×13 . Wykluczenie tej możliwości jest przedmiotem zadania **707**.



rys. 1



rys. 2



rys. 3

