

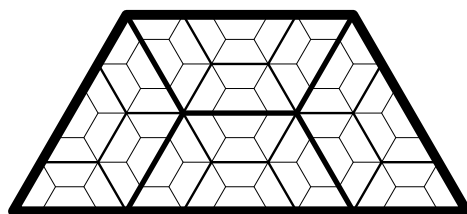
## Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **704**, **705** i **706** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

**704.** Zapisz liczbę 284 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

**705.** Zapisz liczbę 287 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

**706.** Zapisz liczbę 289 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny  
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

# TRAPEZ

Nr 104 (12/2017)

Piątek, 24 marca 2017 r.

## Kolorowania, numerowania i podziały figur

**707.** Udowodnij, że kwadrat o boku 16 nie można podzielić na 23 prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$  i 2 prostokąty o wymiarach  $1 \times 13$ .

**708.** Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 17 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary  $1 \times 10$  lub  $1 \times 13$ .

## Rozwiązania zadań 700–703

**700.**  $169 = 7 \cdot 4! + 1$

**701.**  $175 = 7 \cdot (4! + 1)$

**702.**  $180 = \frac{(7-1)!}{4}$

**703.** Wykażemy, że podział kwadratu o boku 16 na prostokąty, z których każdy ma wymiary  $1 \times 10$  lub  $1 \times 13$ , jest możliwy.

*Sposób I:*

Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na kwadrat o boku 10 i cztery prostokąty o wymiarach  $3 \times 13$  jak na rysunku 1. Ponieważ kwadrat o boku 10 można podzielić na 10 prostokątów o wymiarach  $1 \times 10$ , a każdy z czterech prostokątów  $3 \times 13$  można podzielić na trzy prostokąty o wymiarach  $1 \times 13$ , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$  i  $1 \times 13$ .

*Sposób II:*

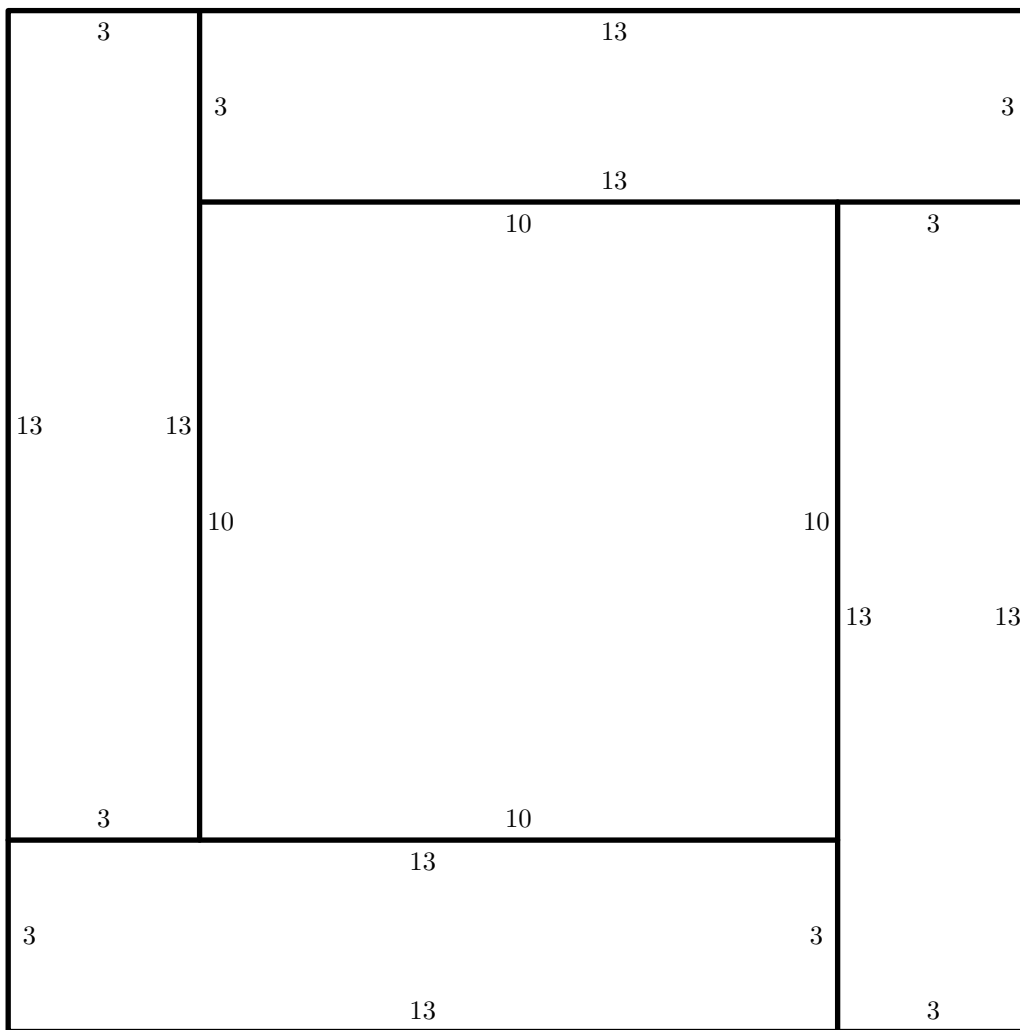
Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na prostokąt o wymiarach  $4 \times 10$ , dwa prostokąty  $3 \times 10$  i dwa prostokąty  $6 \times 13$  jak na rysunku 2. Ponieważ prostokąty  $4 \times 10$  i  $3 \times 10$  można podzielić na prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$ , a prostokąty  $6 \times 13$  można podzielić na prostokąty o wymiarach  $1 \times 13$ , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$  i  $1 \times 13$ .

*Sposób III:*

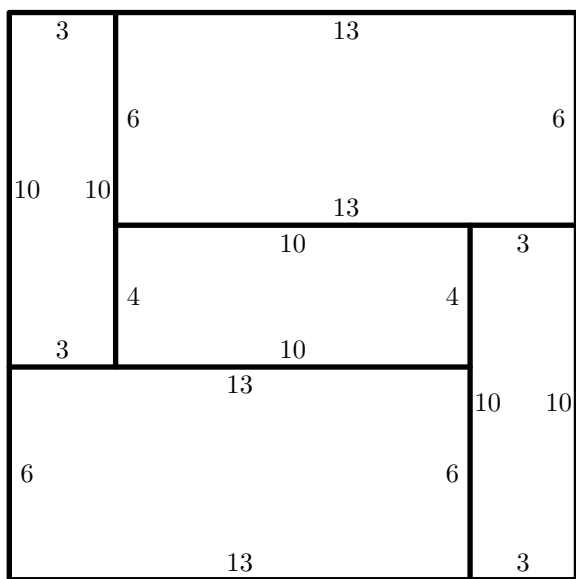
Zauważmy, że kwadrat o boku 16 można podzielić na prostokąt o wymiarach  $7 \times 10$ , prostokąt  $3 \times 10$ , dwa prostokąty  $3 \times 13$  i prostokąt  $6 \times 13$  jak na rysunku 3. Ponieważ prostokąty  $7 \times 10$  i  $3 \times 10$  można podzielić na prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$ , a prostokąty  $3 \times 13$  i  $6 \times 13$  można podzielić na prostokąty o wymiarach  $1 \times 13$ , możliwy jest podział kwadratu o boku 16 na prostokąty o wymiarach  $1 \times 10$  i  $1 \times 13$ .

*Uwaga:*

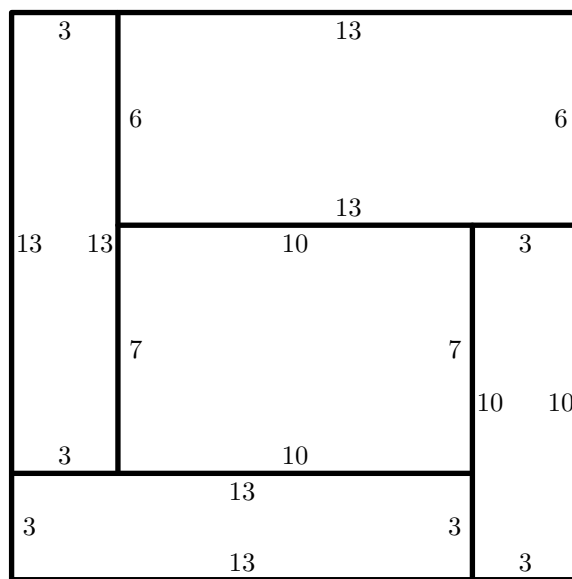
Nietrudno zauważyć, że każdy z trzech opisanych sposobów podziału prowadzi do podziału na 10 prostokątów  $1 \times 10$  i 12 prostokątów  $1 \times 13$ . Dokonanie czystego bilansu pól (bez uwzględnienia geometrii figur) pokazuje, że jest to jedna z dwóch możliwości. Drugą teoretycznie dopuszczalną możliwością jest podział na 23 prostokąty  $1 \times 10$  i 2 prostokąty  $1 \times 13$ . Wykluczenie tej możliwości jest przedmiotem zadania **707**.



rys. 1



rys. 2



rys. 3

