

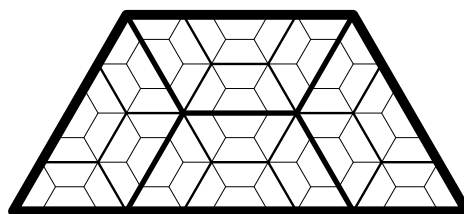
Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **713**, **714** i **715** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

713. Zapisz liczbę 696 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

714. Zapisz liczbę 713 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).

715. Zapisz liczbę 1008 używając cyfr 1, 4 i 7 (każdej tylko raz).



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 106 (14/2017)

Piątek, 7 kwietnia 2017 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

716. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 19 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×10 lub 1×13 .

Rozwiązania zadań 709–712

709. $360 = \frac{7!}{14} = \frac{(7-1)!}{\sqrt{4}}$

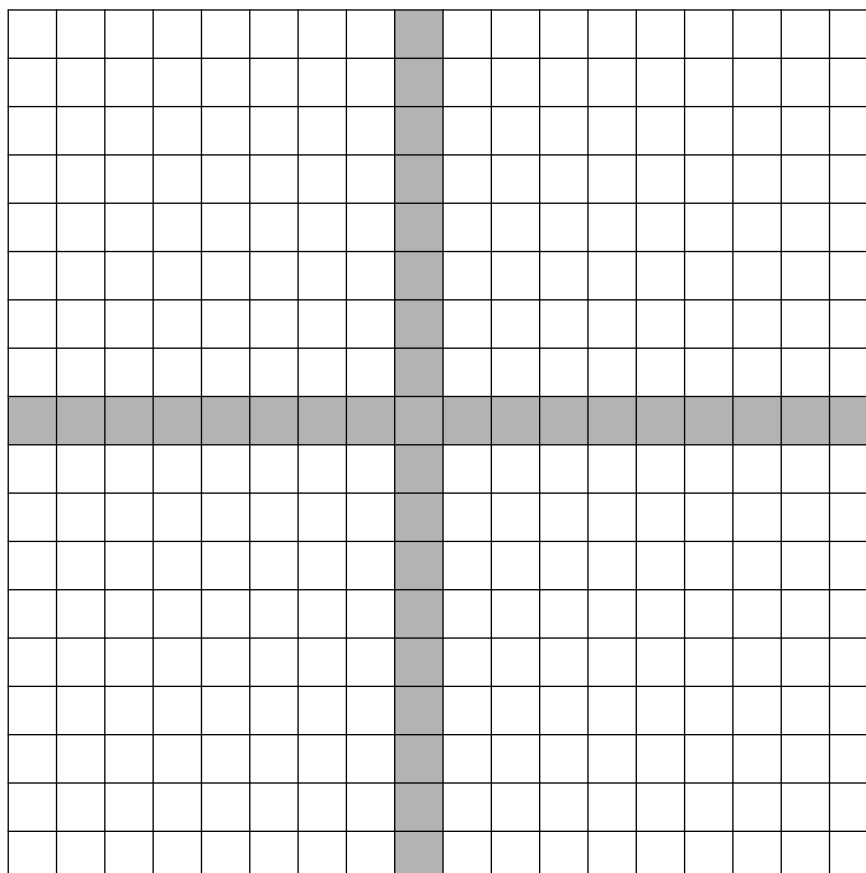
710. $408 = 17 \cdot 4!$

711. $576 = \sqrt{\sqrt{(4!)^{7+1}}}$

712. Wykażemy, że podział kwadratu o boku 18 na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×10 lub 1×13 , nie jest możliwy.

Sposób I:

Podzielmy kwadrat o boku 18 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1.



rys. 1



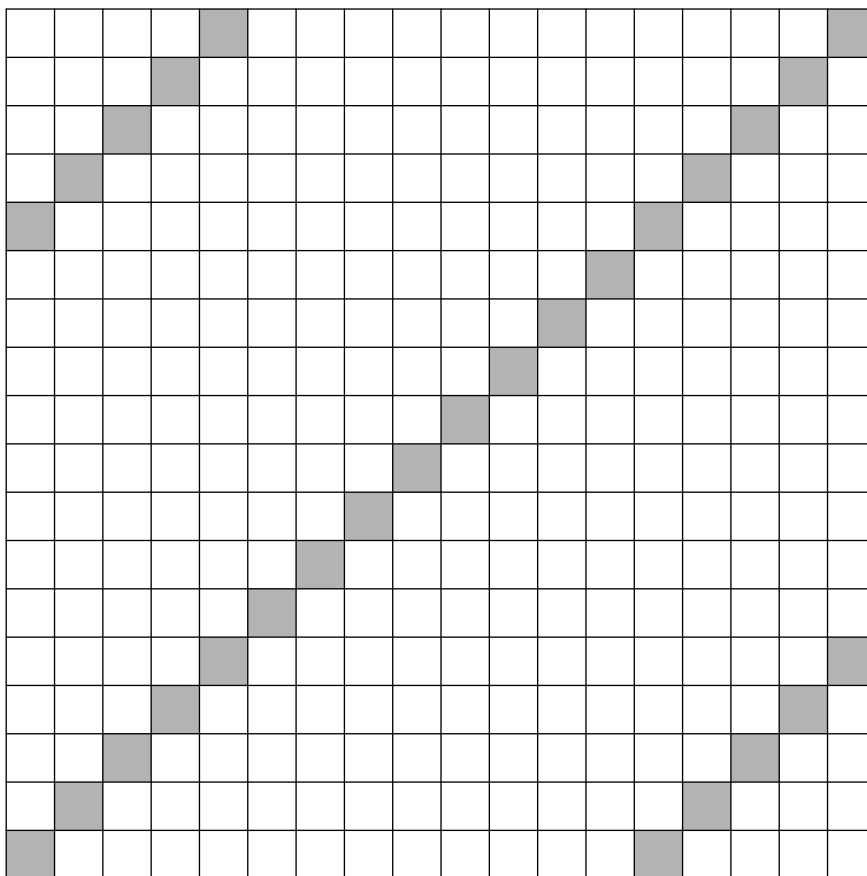
Wówczas każdy prostokąt o wymiarach 1×10 lub 1×13 ułożony po kratkach pokrywa 0, 9 lub 12 niezamalowanych pól, czyli podzielną przez 3 liczbę niezamalowanych pól. Tymczasem liczba wszystkich niezamalowanych pól jest niepodzielna przez 3 (niezamalowanych pól jest 289). To dowodzi, że podział kwadratu o boku 18 na prostokąty o wymiarach 1×10 i 1×13 nie jest możliwy.

Sposób II:

Podzielmy kwadrat o boku 18 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1. Zauważmy, że liczba zamalowanych pól jest równa 35.

Wówczas każdy prostokąt o wymiarach 1×10 lub 1×13 ułożony po kratkach pokrywa jedno zamalowane pole albo same zamalowane pola. Gdyby kwadrat o boku 18 dało się podzielić na takie prostokąty, to dokładnie jeden z nich pokrywałby same zamalowane pola. Zatem liczba prostokątów podziału musiałaby być równa 26 lub 23.

Pokolorujmy teraz pola jak na rysunku 2. Tym razem pokolorowaliśmy 28 pól w taki sposób, że każdy prostokąt 1×13 ułożony po kratkach pokrywa dokładnie jedno zamalowane pole, a każdy prostokąt 1×10 ułożony po kratkach pokrywa co najwyżej jedno zamalowane pole. Gdyby więc podział kwadratu o boku 18 na prostokąty 1×10 i 1×13 był możliwy, to prostokątów podziału musiałoby być co najmniej 28, co stoi w sprzeczności z uzyskanymi wcześniej dopuszczalnymi liczbami 23 i 26. Sprzeczność ta dowodzi, że podział spełniający warunki zadania nie jest możliwy.



rys. 2

