

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **729**, **730** i **731** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

729. Zapisz liczbę 2196 używając cyfr 2, 3, 3 i 7. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

730. Zapisz liczbę 2199 używając cyfr 2, 3, 3 i 7. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

731. Zapisz liczbę 2202 używając cyfr 2, 3, 3 i 7.



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 110 (18/2017)

Piątek, 5 maja 2017 r.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

732. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 18 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×11 lub 1×14 .

733. Rozstrzygnij, czy sześcián o krawędzi 18 można podzielić na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 11$ lub $1 \times 1 \times 14$.

Rozwiązania zadań 725–728

725. $1331 = (2 \cdot 7 - 3)^3$

726. $1332 = 37 \cdot (3!)^2$

727. $1344 = 2^{3!} \cdot 3 \cdot 7$

728. Wykażemy, że podział sześciánu o krawędzi 19 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 10$ lub $1 \times 1 \times 13$, jest możliwy.



W celu skonstruowania odpowiedniego podziału przestrzennego, najpierw rozwiążemy dwa zadania płaskie.

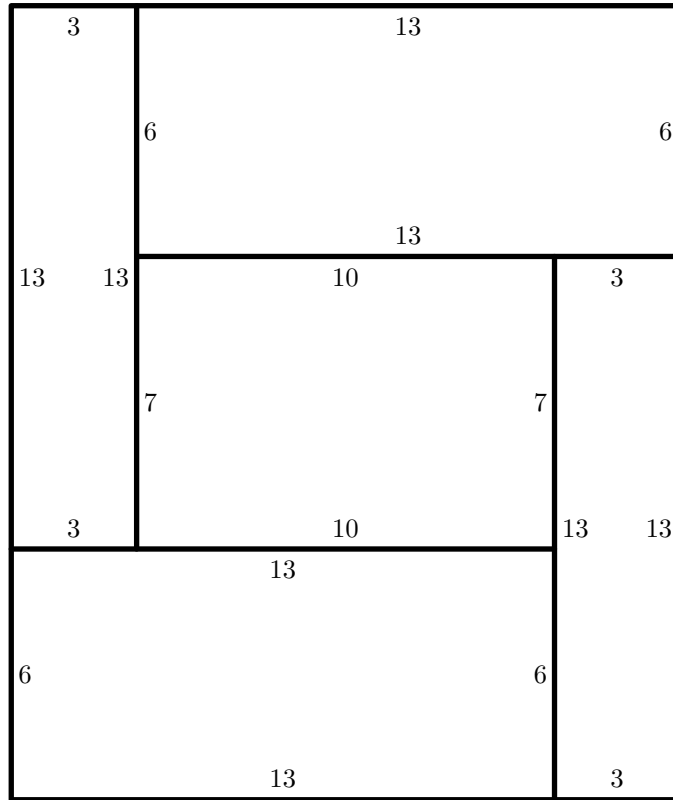
Po pierwsze zauważmy, że prostokąt o wymiarach 16×19 można podzielić na prostokąt o wymiarach 7×10 , dwa prostokąty o wymiarach 6×13 oraz dwa prostokąty o wymiarach 3×13 jak na rysunku 1. Ponieważ każdy z pięciu prostokątów tego podziału ma jeden bok długości podzielnej przez 10 lub przez 13, łatwo uzyskać stąd podział prostokąta o wymiarach 16×19 na prostokąty o wymiarach 1×10 i 1×13 . Należy przy tym zauważyć, że możliwość podziału prostokąta 16×19 na prostokąty 1×10 i 1×13 jest równoważna możliwości podziału prostopadłościanu o wymiarach $1 \times 16 \times 19$ na prostopadłościany $1 \times 1 \times 10$ i $1 \times 1 \times 13$.

Ponadto zauważmy, że kwadrat o boku 19 można podzielić na kwadrat o boku 13 i cztery prostokąty o wymiarach 3×16 jak na rysunku 2. W ten sposób dochodzimy do podziału kwadratu o boku 19 na prostokąty o wymiarach 1×13 i 1×16 . To oznacza, że patrząc od góry na sześcián o krawędzi 19 i stosując podział kwadratu o boku 19 na prostokąty 1×13 i 1×16 otrzymujemy podział sześciánu o krawędzi 19 na prostopadłościany $1 \times 13 \times 19$ i $1 \times 16 \times 19$. Z kolei prostopadłościan o wymiarach $1 \times 13 \times 19$ daje się w oczywisty sposób podzielić na prostopadłościany $1 \times 1 \times 13$, a prostopadłościan $1 \times 16 \times 19$ umiemy już podzielić na prostopadłościany $1 \times 1 \times 10$ i $1 \times 1 \times 13$.

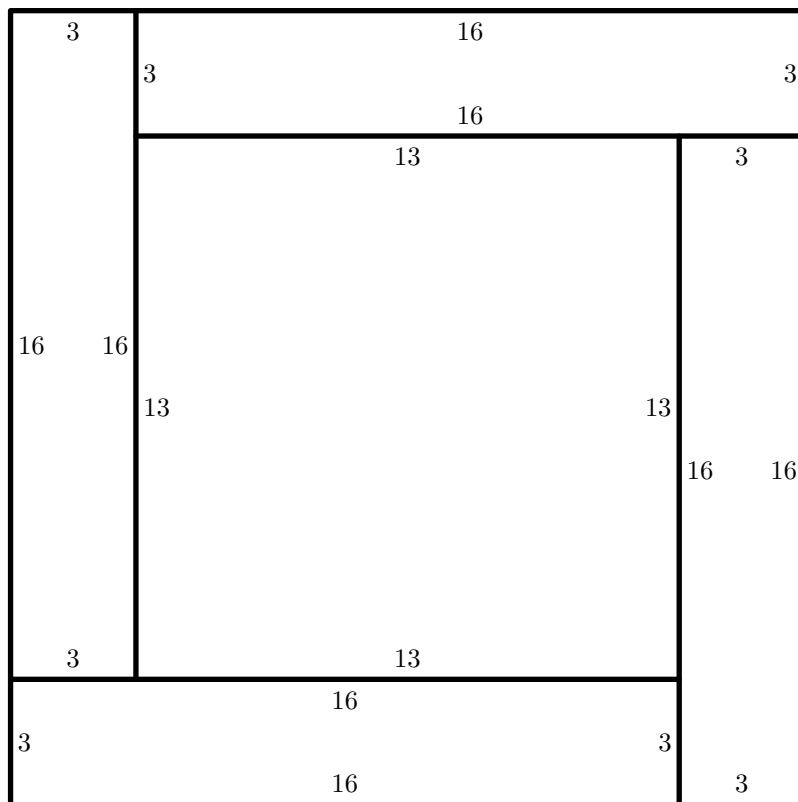
To kończy konstrukcję podziału sześciánu o krawędzi 19 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1 \times 1 \times 10$ lub $1 \times 1 \times 13$.

Uwaga:

Warto skonfrontować powyższe zadanie z zadaniem **716** zamieszczonym w  **Trapezie 106** i rozwiązaniem w  **Trapezie 107**. Okazuje się bowiem, że kwadratu o boku 19 nie można podzielić na prostokąty 1×10 i 1×13 , ale podział sześciánu o krawędzi 19 na prostopadłościany $1 \times 1 \times 10$ i $1 \times 1 \times 13$ jest możliwy.



rys. 1



rys. 2

