Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 111 (19/2017)

Piątek, 12 maja 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **734–738** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

734. Zapisz liczbę 111 używając cyfr 3, 3 i 5.

735. Zapisz liczbę 111 używając cyfr 3, 3 i 7.

736. Zapisz liczbę 111 używając cyfr 3, 3 i 9.

737. Zapisz liczbę 111 używając cyfr 4, 7 i 8 (każdej tylko raz).

738. Zapisz liczbę 111 używając cyfr 5, 6, 7 i 7.

Kolorowania, numerowania i podziały figur

739. Rozstrzygnij, czy kwadrat o boku 32 można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×14 lub 1×15.

Rozwiązania zadań 729–733

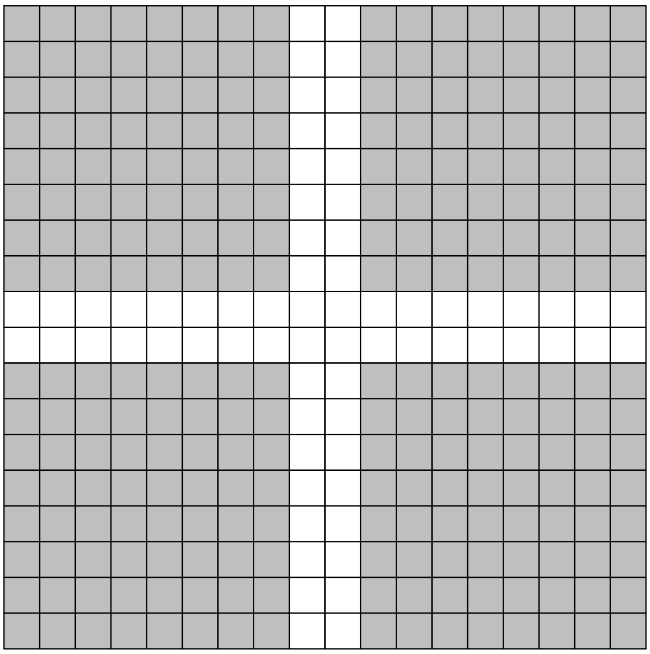
729. $2196=732\cdot 3=3^7+3^2$

730. $2199=3^7+2\cdot 3!=(7+3!)^3+2$

731. $2202=((3!)!+7\cdot 2)\cdot 3=3!\cdot\left(\frac{(3!)!}{2}+7\right)$

732. Wykażemy, że podział kwadratu o boku 18 na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×11 lub 1×14, nie jest możliwy.

Podzielmy kwadrat o boku 18 na kwadraty jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 1.



rys. 1

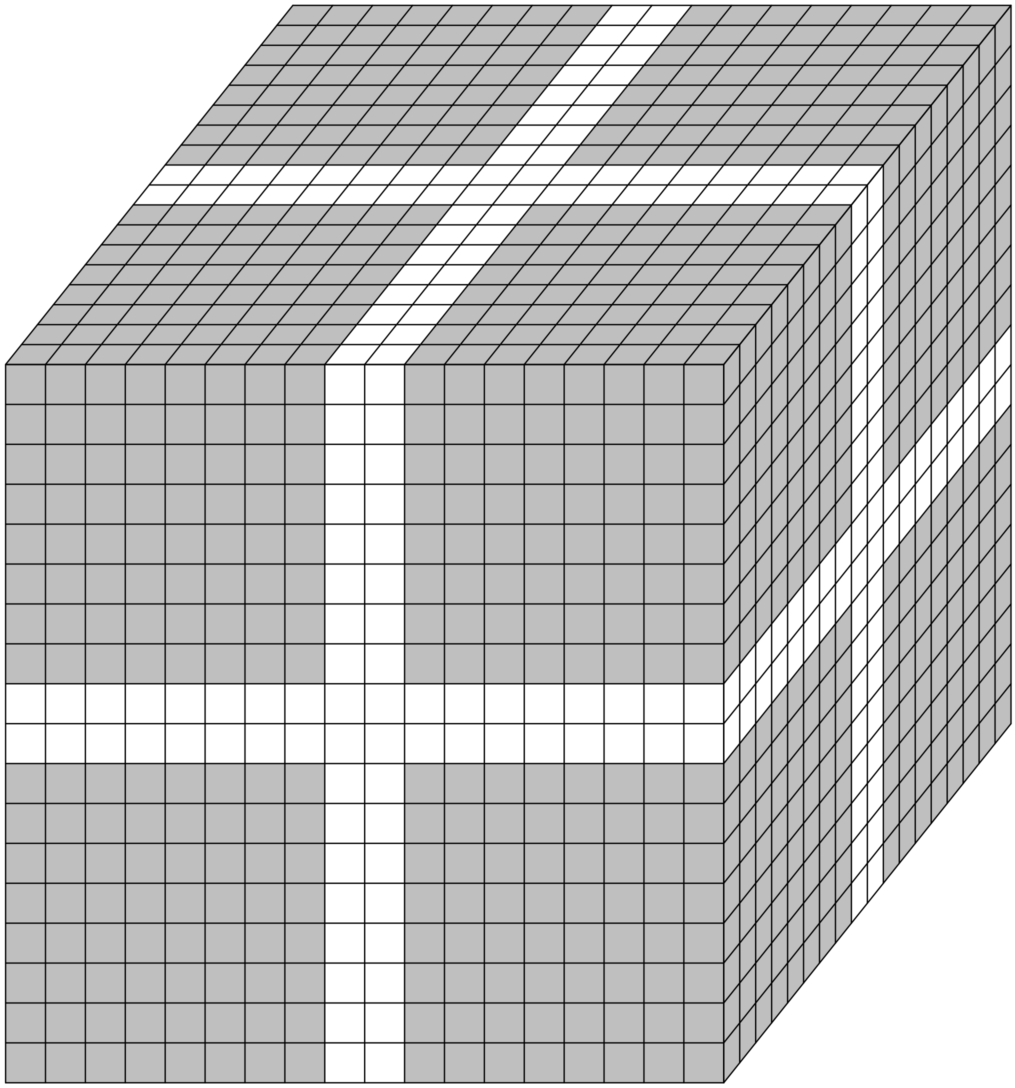
Wówczas każdy prostokąt o wymiarach 1×11 lub 1×14 ułożony po kratkach pokrywa 0, 9 lub 12 zamalowanych pól, czyli podzielną przez 3 liczbę zamalowanych pól. Tymczasem liczba wszystkich zamalowanych pól jest niepodzielna przez 3 (zamalowanych pól jest 256). To dowodzi, że podział kwadratu o boku 18 na prostokąty o wymiarach 1×11 i 1×14 nie jest możliwy.

733. Wykażemy, że podział sześcianu o krawędzi 18 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times 1\times 11$ lub $1\times 1\times 14$, nie jest możliwy.

Podzielmy sześcian o krawędzi 18 na sześciany jednostkowe zwane dalej polami, a następnie pokolorujmy niektóre pola jak na rysunku 2. Dokładniej, każda warstwa oprócz dziewiątej i dziesiątej od góry jest pokolorowana tak jak na rysunku 1, natomiast pola warstw dziewiątej i dziesiątej nie są pokolorowane.

Wówczas każdy prostopadłościan o wymiarach $1\times 1\times 11$ ułożony w danym sześcianie po kratkach pokrywa 11 pól niezamalowanych albo dwa pola niezamalowane i 9 zamalowanych. Z kolei każdy prostopadłościan o wymiarach $1\times 1\times 14$ ułożony po kratkach pokrywa 14 pól niezamalowanych albo dwa pola niezamalowane i 12 zamalowanych. Wynika stąd, że prostopadłościany dopuszczalnych rozmiarów pokrywają 0, 9 lub 12 zamalowanych pól, a więc liczbę podzielną przez 3. Tymczasem liczba zamalowanych pól w całym sześcianie o krawędzi 18 jest równa 16^3, a zatem jest niepodzielna przez 3.

To dowodzi, że podział sześcianu o krawędzi 18 na prostopadłościany, z których każdy ma wymiary $1\times 1\times 11$ lub $1\times 1\times 14$, nie jest możliwy.



rys. 2