Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 118 (26/2017)
Piątek, 30 czerwca 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **782–787** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

782. Zapisz liczbę 48 używając cyfr 1, 1, 1 i 8.

783. Zapisz liczbę 49 używając cyfr 1, 1, 1 i 8.

784. Zapisz liczbę 56 używając cyfr 1, 1, 1 i 8.

785. Zapisz liczbę 72 używając cyfr 1, 1, 1 i 8.

786. Zapisz liczbę 90 używając cyfr 1, 1, 1 i 8. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

787. Zapisz liczbę 96 używając cyfr 1, 1, 1 i 8.

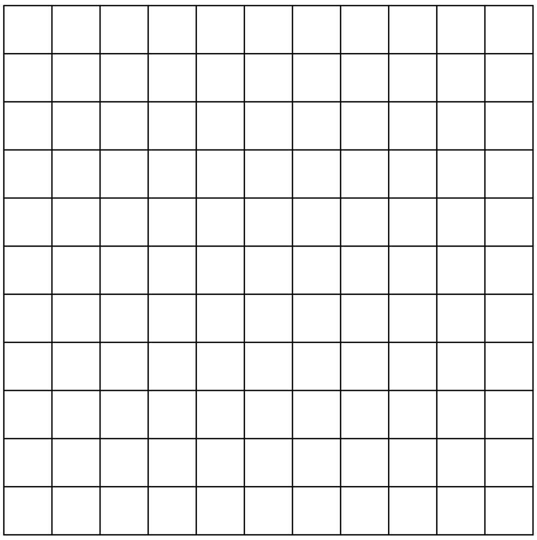
Kolorowania, numerowania i podziały figur

788. Wypełnij pola kwadratu na rysunku 1 takimi liczbami całkowitymi, aby powstał dowód, że kwadratu o boku 11 nie można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×6 lub 1×7.

Aby utworzyć taki dowód, wpisane liczby muszą spełniać następujące warunki:

• każdy prostokąt o wymiarach 1×6 lub 1×7 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb,

• suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest ujemna.



rys. 1

Rozwiązania zadań 775–781

775. $25=\left(\sqrt{17-1}\right)!+1$

776. $50=7^{1+1}+1$

777. $60=71-11$

778. $84=7\cdot(11+1)$

779. $88=11\cdot(7+1)$

780. $89=\sqrt{\dfrac{11!}{7!}+1}$

781. Najpierw wpiszmy liczby –1 we wszystkie pola kwadratu leżące poza środkowym wierszem i środkową kolumną. Otrzymujemy wówczas rozmieszczenie liczb przedstawione na rysunku 2.

Rozważmy teraz prostokąty o wymiarach 1×5 lub 1×6 pokrywające jedno pole zamalowane na rysunku 2 i odpowiednio 4 lub 5 pól z liczbami –1. Aby suma liczb wpisanych w pola pokryte przez taki prostokąt była zawsze nieujemna, zamalowane pola powinny mieć wpisane liczby większe lub równe 5. Ponieważ zależy nam na zminimalizowaniu sumy wszyskich liczb wpisanych w pola kwadratu, w każde z pól zamalowanych na rysunku 2 wpiszemy liczbę 5. To prowadzi do sytuacji pokazanej na rysunku 3.

Prostokąt o wymiarach 1×5 lub 1×6 pokrywający centralne pole kwadratu (zamalowane na rysunku 3) pokrywa także 4 lub 5 pól zawierających liczbę 5. Każdy taki prostokąt będzie miał nieujemną sumę liczb wpisanych w pokryte przez niego pola, jeżeli w pole zamalowane na rysunku 3 wpiszemy liczbę –20. Moglibyśmy też wpisać liczbę większą, ale zależy nam na uzyskaniu możliwie małej sumy liczb wpisanych w pola kwadratu. To prowadzi do przedstawionego na rysunku 4 rozmieszczenia liczb spełniającego warunki zadania (suma liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa –4).

-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1

rys. 2

-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
5	5	5	5		5	5	5	5
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1

rys. 3

-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
5	5	5	5	-20	5	5	5	5
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	5	-1	-1	-1	-1

rys. 4