Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 119 (27/2017)

Piątek, 7 lipca 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **789–794** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

789. Zapisz liczbę 98 używając cyfr 1, 1, 1 i 9.

790. Zapisz liczbę 109 używając cyfr 1, 1, 1 i 9. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

791. Zapisz liczbę 990 używając cyfr 1, 1, 1 i 9.

792. Zapisz liczbę 999 używając cyfr 1, 1, 1 i 9.

793. Zapisz liczbę 1000 używając cyfr 1, 1, 1 i 9.

794. Zapisz liczbę 1001 używając cyfr 1, 1, 1 i 9.

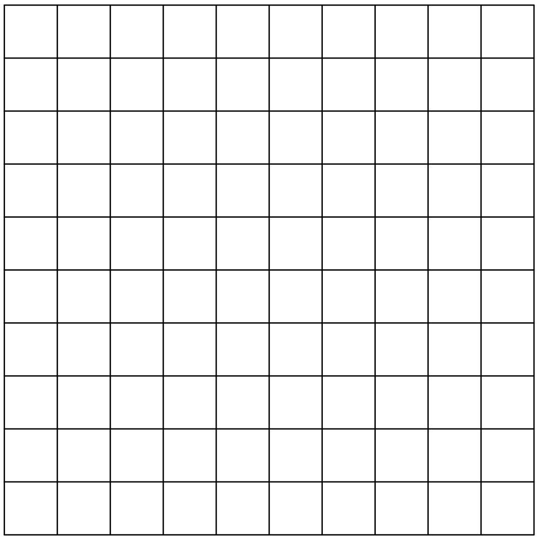
Kolorowania, numerowania i podziały figur

795. Wypełnij pola kwadratu na rysunku 1 takimi liczbami całkowitymi, aby powstał dowód, że kwadratu o boku 10 nie można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×6 lub 1×7.

Aby utworzyć taki dowód, wpisane liczby muszą spełniać następujące warunki:

• każdy prostokąt o wymiarach 1×6 lub 1×7 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb,

• suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest ujemna.



rys. 1

Rozwiązania zadań 782–788

782. $48=(1+1+1)!\cdot 8$ **783.** $49=(8-1)^{1+1}$ **784.** $56=\dfrac{8!}{((1+1+1)!)!}$

785. $72=\sqrt{(8-1)!+1}+1$ **786.** $90=\dfrac{(11-1)!}{8!}=\dfrac{((1+1+1)!)!}{8}$ **787.** $96=8\cdot(11+1)$

788. Najpierw wpiszmy liczby –1 we wszystkie pola kwadratu leżące poza środkowym wierszem i środkową kolumną. Otrzymujemy wówczas rozmieszczenie liczb przedstawione na rysunku 2.

Rozważmy teraz prostokąty o wymiarach 1×6 lub 1×7 pokrywające jedno pole zamalowane na rysunku 2 i odpowiednio 5 lub 6 pól z liczbami –1. Aby suma liczb wpisanych w pola pokryte przez taki prostokąt była zawsze nieujemna, zamalowane pola powinny mieć wpisane liczby większe lub równe 6. Ponieważ zależy nam na zminimalizowaniu sumy wszyskich liczb wpisanych w pola kwadratu, w każde z pól zamalowanych na rysunku 2 wpiszemy liczbę 6. To prowadzi do sytuacji pokazanej na rysunku 3.

Prostokąt o wymiarach 1×6 lub 1×7 pokrywający centralne pole kwadratu (zamalowane na rysunku 3) pokrywa także 5 lub 6 pól zawierających liczbę 6. Każdy taki prostokąt będzie miał nieujemną sumę liczb wpisanych w pokryte przez niego pola, jeżeli w pole zamalowane na rysunku 3 wpiszemy liczbę –30. Moglibyśmy też wpisać liczbę większą, ale zależy nam na uzyskaniu możliwie małej sumy liczb wpisanych w pola kwadratu. To prowadzi do przedstawionego na rysunku 4 rozmieszczenia liczb spełniającego warunki zadania (suma liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa –10).

-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	-1	-1	-1

rys. 2

-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
6	6	6	6	6		6	6	6	6	6
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1

rys. 3

-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
6	6	6	6	6	-30	6	6	6	6	6
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	6	-1	-1	-1	-1	-1

rys. 4