Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 121 (29/2017)

Piątek, 21 lipca 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **804**, **805**, **806** i **807** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

804. Zapisz liczbę 72 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

805. Zapisz liczbę 81 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

806. Zapisz liczbę 84 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

807. Zapisz liczbę 85 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

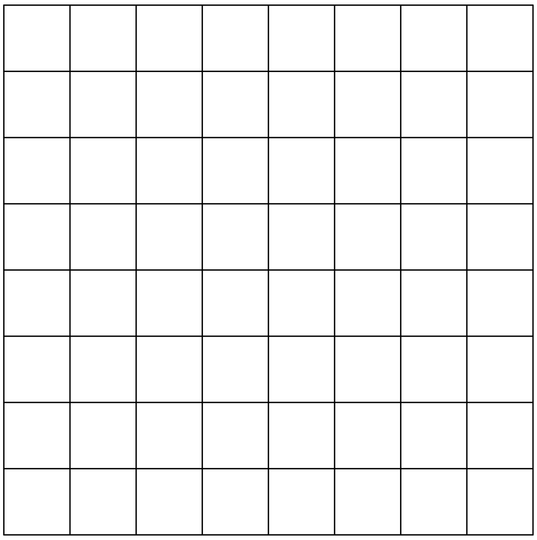
Kolorowania, numerowania i podziały figur

808. Wypełnij pola kwadratu na rysunku 1 takimi liczbami całkowitymi, aby powstał dowód, że kwadratu o boku 8 nie można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×5 lub 1×6.

Aby utworzyć taki dowód, wpisane liczby muszą spełniać następujące warunki:

• każdy prostokąt o wymiarach 1×5 lub 1×6 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb,

• suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest ujemna.



rys. 1

Rozwiązania zadań 796–803

796. $75=5!-45$ **797.** $79=55+4!$ **798.** $80=\left(\sqrt{\sqrt{5}}+\sqrt{\sqrt{5}}\right)^4$

799. $88=5!-\sqrt{4^5}$ **800.** $95=5!-\sqrt{5^4}=5\cdot(4!-5)$ **801.** $96=8\cdot(3!+3!)=$
$=\dfrac{(3!)!}{8}+3!=\sqrt{\left(\sqrt{\sqrt{3!}}+\sqrt{\sqrt{3!}}\right)^8}$ **802.** $768=(3!)!+3!\cdot 8=\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}+\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}\right)^8$

803. Stosując procedurę opisaną w rozwiązaniach zadań **781**, **788** i **795** zaprezentowanych w **Trapezach 117–120**, dochodzimy do rozmieszczenia liczb przedstawionego na rysunku 2. Wprawdzie każdy prostokąt o wymiarach 1×4 lub 1×5 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb, ale suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0. Trzeba więc dokonać takiej korekty tej konfiguracji liczb, aby nie psując nieujemności sum liczb pokrywanych przez prostokąty 1×4 i 1×5, zmniejszyć sumę wszystkich liczb wpisanych w kwadrat.

Zajmijmy się prostokątami pokrywającymi liczby –1. Prostokąty 1×4 pokrywają pola o sumie liczb równej 1, a więc dodatniej. Suma ta pozostanie dodatnia, jeśli dokonana przez nas korekta liczb wpisanych w pola kwadratu nie będzie zbyt duża. Z kolei prostokąty 1×5 pokrywają pola o sumie 0, w związku z czym musimy uważać, aby dokonywane zmiany nie zaburzyły tej sumy, a w każdym razie, aby nie uczyniły jej ujemną.

Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 3, traktując puste pola jak pola z liczbą 0. Wówczas każdy prostokąt 1×5 narysowany po kratkach pokrywa pola o sumie liczb równej 0. Suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu na rysunku 3 jest równa -4.

Dodając do liczb z rysunku 2 liczby korygujące z rysunku 3, a następnie dzieląc wszystkie otrzymane sumy przez 2, dochodzimy do rozwiązania zadania przedstawionego na rysunku 4.

-1	-1	-1	4	-1	-1	-1
-1	-1	-1	4	-1	-1	-1
-1	-1	-1	4	-1	-1	-1
4	4	4	-12	4	4	4
-1	-1	-1	4	-1	-1	-1
-1	-1	-1	4	-1	-1	-1
-1	-1	-1	4	-1	-1	-1

rys. 2

-1	-1	1		1	-1	-1
-1	-1	1		1	-1	-1
1	1	-1		-1	1	1
1	1	-1		-1	1	1
-1	-1	1		1	-1	-1
-1	-1	1		1	-1	-1

rys. 3

-1	-1	0	2	0	-1	-1
-1	-1	0	2	0	-1	-1
0	0	-1	2	-1	0	0
2	2	2	-6	2	2	2
0	0	-1	2	-1	0	0
-1	-1	0	2	0	-1	-1
-1	-1	0	2	0	-1	-1

rys. 4