Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 122 (30/2017)

Piątek, 28 lipca 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **809**, **810**, **811** i **812** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

809. Zapisz liczbę 89 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

810. Zapisz liczbę 92 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

811. Zapisz liczbę 99 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

812. Zapisz liczbę 4016 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

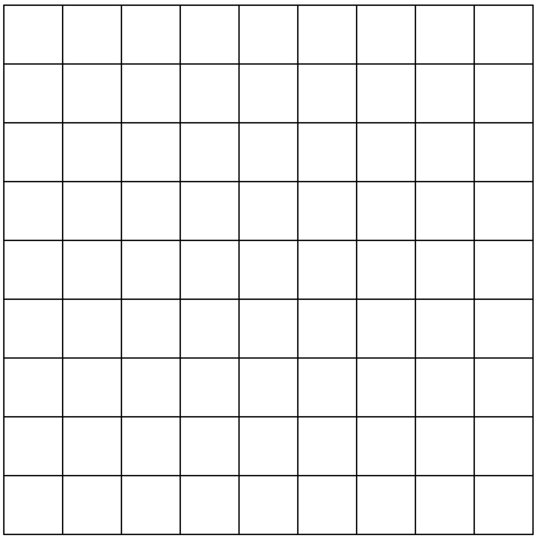
Kolorowania, numerowania i podziały figur

813. Wypełnij pola kwadratu na rysunku 1 takimi liczbami całkowitymi, aby powstał dowód, że kwadratu o boku 9 nie można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×6 lub 1×7.

Aby utworzyć taki dowód, wpisane liczby muszą spełniać następujące warunki:

• każdy prostokąt o wymiarach 1×6 lub 1×7 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb,

• suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest ujemna.



rys. 1

Rozwiązania zadań 804–808

804. $72=\sqrt{7!+5!+4!}=\dfrac{(4+5)!}{7!}$

805. $81=4!+57$

806. $84=7\cdot\sqrt{5!+4!}=\dfrac{7!}{5!}\cdot\sqrt{4}$

807. $85=5\cdot(4!-7)$

808. Stosując procedurę opisaną w rozwiązaniach zadań **781**, **788** i **795** zaprezentowanych w **Trapezach 117–120**, dochodzimy do rozmieszczenia liczb przedstawionego na rysunku 2. Wprawdzie każdy prostokąt o wymiarach 1×5 lub 1×6 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb, ale suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0. Trzeba więc dokonać takiej korekty tej konfiguracji liczb, aby nie psując nieujemności sum liczb pokrywanych przez prostokąty 1×5 i 1×6, zmniejszyć sumę wszystkich liczb wpisanych w kwadrat.

Zajmijmy się prostokątami pokrywającymi liczby −1. Prostokąty 1×5 pokrywają pola o sumie liczb równej 1, a więc dodatniej. Suma ta pozostanie dodatnia, jeśli dokonana przez nas korekta liczb wpisanych w pola kwadratu nie będzie zbyt duża. Z kolei prostokąty 1×6 pokrywają pola o sumie 0, w związku z czym musimy uważać, aby dokonywane zmiany nie zaburzyły tej sumy, a w każdym razie, aby nie uczyniły jej ujemną.

Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 3, traktując puste pola jak pola z liczbą 0. Wówczas każdy prostokąt 1×6 narysowany po kratkach pokrywa pola o sumie liczb równej 0. Suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu na rysunku 3 jest równa –4.

Dodając do liczb z rysunku 2 liczby korygujące z rysunku 3 dochodzimy do rozwiązania zadania przedstawionego na rysunku 4.

-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
2	2	2	-3	-3	2	2	2
2	2	2	-3	-3	2	2	2
-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1
-1	-1	-1	2	2	-1	-1	-1

rys. 2

-1	-1	1			1	-1	-1
-1	-1	1			1	-1	-1
1	1	-1			-1	1	1
1	1	-1			-1	1	1
-1	-1	1			1	-1	-1
-1	-1	1			1	-1	-1

rys. 3

-2	-2	0	2	2	0	-2	-2
-2	-2	0	2	2	0	-2	-2
0	0	-2	2	2	-2	0	0
2	2	2	-3	-3	2	2	2
2	2	2	-3	-3	2	2	2
0	0	-2	2	2	-2	0	0
-2	-2	0	2	2	0	-2	-2
-2	-2	0	2	2	0	-2	-2

rys. 4