Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
TRAPEZ
Nr 123 (31/2017)
Piątek, 4 sierpnia 2017 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **814**, **815**, **816** i **817** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

814. Zapisz liczbę 112 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

815. Zapisz liczbę 132 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

816. Zapisz liczbę 133 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

817. Zapisz liczbę 134 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

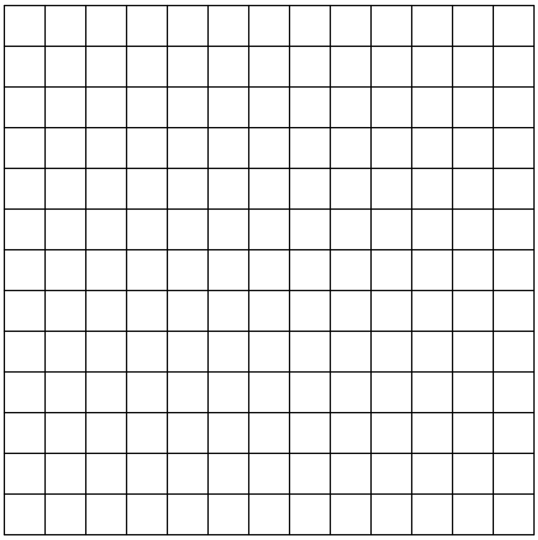
Kolorowania, numerowania i podziały figur

818. Wypełnij pola kwadratu na rysunku 1 takimi liczbami całkowitymi, aby powstał dowód, że kwadratu o boku 13 nie można podzielić na prostokąty, z których każdy ma wymiary 1×7 lub 1×9.

Aby utworzyć taki dowód, wpisane liczby muszą spełniać następujące warunki:

• każdy prostokąt o wymiarach 1×7 lub 1×9 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb,

• suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest ujemna.



rys. 1

Rozwiązania zadań 809–813

809. $89=5!-4!-7$ **810.** $92=5!-4\cdot 7$ **811.** $99=4!+75$ **812.** $4016=7!-4^5$

813. Stosując procedurę opisaną w rozwiązaniach zadań **781**, **788** i **795** zaprezentowanych w **Trapezach 117–120**, dochodzimy do rozmieszczenia liczb przedstawionego na rysunku 2. Wprawdzie każdy prostokąt o wymiarach 1×6 lub 1×7 narysowany po kratkach pokrywa pola o nieujemnej sumie liczb, ale suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu jest równa 0. Trzeba więc dokonać takiej korekty tej konfiguracji liczb, aby nie psując nieujemności sum liczb pokrywanych przez prostokąty 1×6 i 1×7, zmniejszyć sumę wszystkich liczb wpisanych w kwadrat.

Zajmijmy się prostokątami pokrywającymi liczby –3. Prostokąty 1×6 pokrywają pola o sumie liczb równej 3, a więc dodatniej. Suma ta pozostanie dodatnia, jeśli dokonana przez nas korekta liczb wpisanych w pola kwadratu nie będzie zbyt duża. Z kolei prostokąty 1×7 pokrywają pola o sumie 0, w związku z czym musimy uważać, aby dokonywane zmiany nie zaburzyły tej sumy, a w każdym razie, aby nie uczyniły jej ujemną.

Wpiszmy w pola kwadratu liczby jak na rysunku 3, traktując puste pola jak pola z liczbą 0. Wówczas każdy prostokąt 1×7 narysowany po kratkach pokrywa pola o sumie liczb równej 0. Suma wszystkich liczb wpisanych w pola kwadratu na rysunku 3 jest równa –4.

Dodając do liczb z rysunku 2 potrojone liczby korygujące z rysunku 3, a następnie dzieląc wszystkie otrzymane sumy przez 2, dochodzimy do rozwiązania zadania przedstawionego na rysunku 4.

-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3
-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3
-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3
4	4	4	-4	-4	-4	4	4	4
4	4	4	-4	-4	-4	4	4	4
4	4	4	-4	-4	-4	4	4	4
-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3
-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3
-3	-3	-3	4	4	4	-3	-3	-3

rys. 2

-1	-1	1				1	-1	-1
-1	-1	1				1	-1	-1
1	1	-1				-1	1	1
1	1	-1				-1	1	1
-1	-1	1				1	-1	-1
-1	-1	1				1	-1	-1

rys. 3

-3	-3	0	2	2	2	0	-3	-3
-3	-3	0	2	2	2	0	-3	-3
0	0	-3	2	2	2	-3	0	0
2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2
2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2
2	2	2	-2	-2	-2	2	2	2
0	0	-3	2	2	2	-3	0	0
-3	-3	0	2	2	2	0	-3	-3
-3	-3	0	2	2	2	0	-3	-3

rys. 4