Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 148 (4/2018)
Piątek, 26 stycznia 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **995–1004** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

995. Zapisz liczbę 1000 używając cyfr 5, 5 i 8.

996. Zapisz liczbę 1000 używając cyfr 5, 6 i 8 (każdej tylko raz).

997. Zapisz liczbę 1000 używając cyfr 5, 7 i 8 (każdej tylko raz).

998. Zapisz liczbę 1000 używając sześciu dwójek.

999. Zapisz liczbę 1000 używając czterech czwórek.

1000. Zapisz liczbę $2^{2^{1000}}$ używając czterech dwójek.

1001. Zapisz liczbę 3000 używając cyfr 3, 4 i 5 (każdej tylko raz).

1002. Zapisz liczbę 4000 używając czterech czwórek.

1003. Zapisz liczbę 5000 używając cyfr 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

1004. Zapisz liczbę 6000 używając cyfr 5, 7 i 8 (każdej tylko raz).

Środki ciężkości

1005. Udowodnij, że w dowolnym trójkącie dwusieczne kątów wewnętrznych przecinają się w jednym punkcie. W jakiej proporcji są one dzielone przez punkt przecięcia?

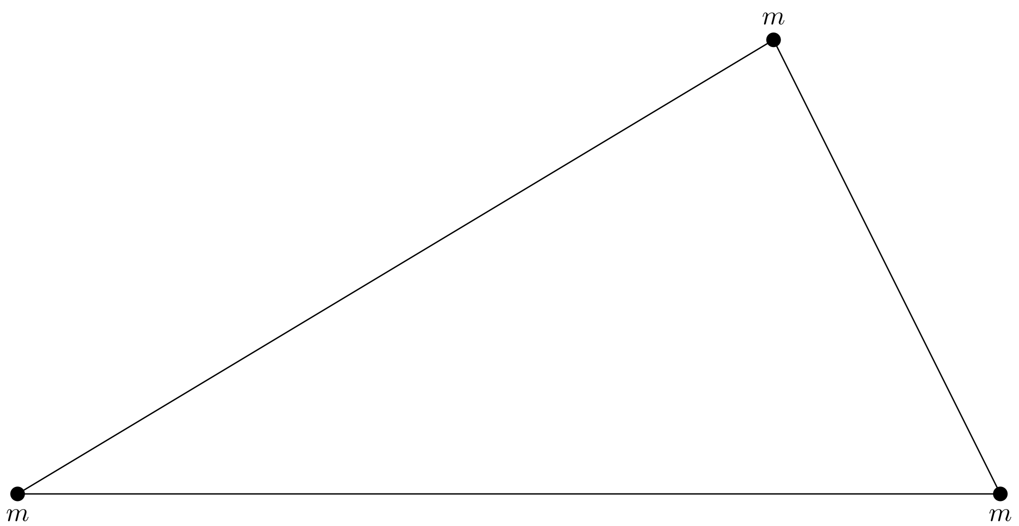
Ważenie monet

1006. Mamy dziesięć identycznie wyglądających monet. Wiemy, że jedna z tych monet jest fałszywa (lżejsza od prawdziwych). Czy zawsze możemy przy pomocy dwóch ważeń na wadze szalkowej wykryć monetę fałszywą?

Rozwiązania zadań 989–994

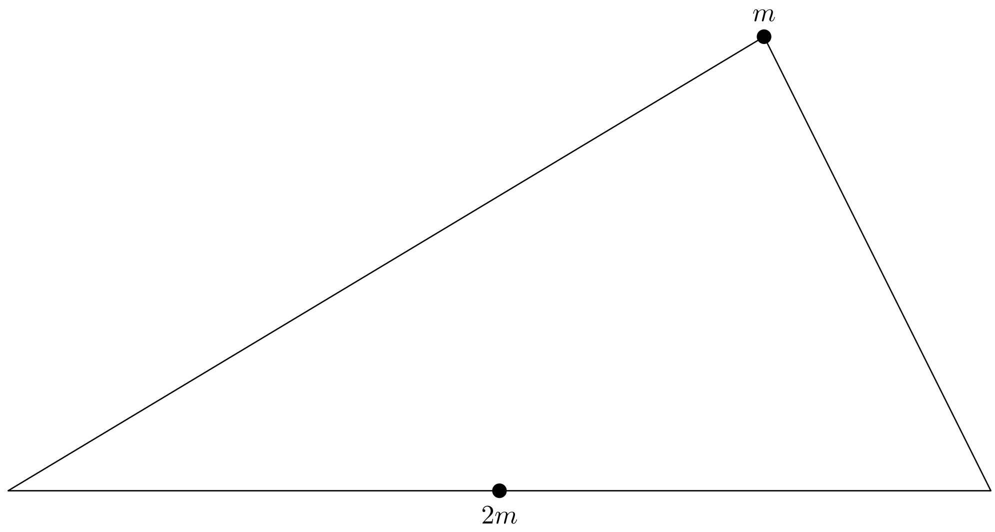
989. $7=\frac{4!+4}{4}$ **990.** $28=\sqrt{(3!)!+2^{3!}}$ **991.** $39=\sqrt{9^4-7!}$

992. Umieśćmy w wierzchołkach trójkąta jednakowe masy punktowe jak na rysunku 1.



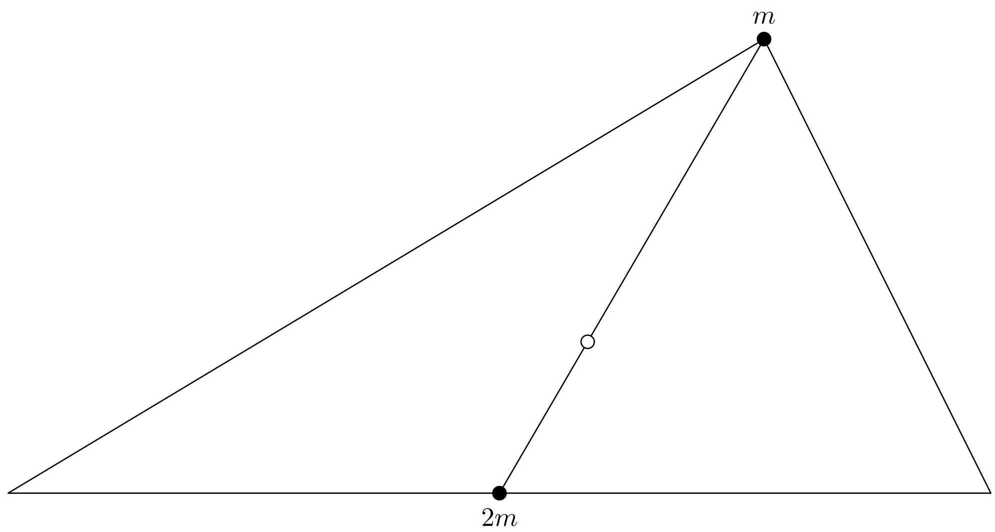
rys. 1

Położenie środka ciężkości tych trzech mas nie zmieni się, jeżeli dwie z nich zesuniemy do środka boku, na którego końcach zostały one pierwotnie umieszczone (rys. 2).



rys. 2

Wobec tego środek ciężkości rozważanych mas leży na odcinku łączącym środek boku z przeciwległym wierzchołkiem (rys. 3), czyli na środkowej trójkąta, i dzieli tę środkową w proporcji 2:1. Analogicznie, ten sam środek ciężkości leży na pozostałych dwóch środkowych trójkąta, w 1/3 ich długości licząc od boków.



rys. 3

993. Kładziemy po jednej monecie na każdą z szalek wagi. Jeżeli monety te mają różne ciężary, fałszywa jest moneta lżejsza. Jeśli zaś waga jest w równowadze, fałszywa jest moneta, której nie położyliśmy na wadze.

994. Kładziemy po trzy monety na każdą z szalek wagi. Jeżeli waga nie jest w równowadze, fałszywa moneta znajduje się na szalce z mniejszym ciężarem. Jeśli zaś waga jest w równowadze, fałszywa moneta znajduje się wśród trójki monet, których nie położyliśmy na wadze.

W każdym przypadku po pierwszym ważeniu wyodrębniamy trzy monety, wśród których znajduje się moneta fałszywa. Drugie ważenie sprowadza się do wykrycia wśród trzech monet jednej fałszywej monety — robimy to jak w zadaniu **993**.