

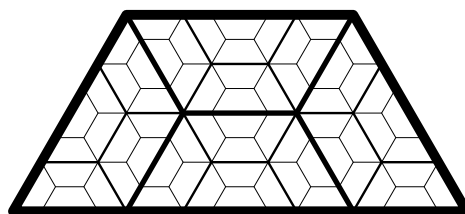
## Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1035**, **1036** i **1037** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

**1035.** Zapisz liczbę 901 używając cyfr 2, 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

**1036.** Zapisz liczbę 903 używając cyfr 2, 3, 5 i 7 (każdej tylko raz).

**1037.** Zapisz liczbę 904 używając cyfr 2, 3, 5 i 7 (każdej tylko raz). Podaj trzy istotnie różne rozwiązania.



Autorski Tygodnik Matematyczny  
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

# TRAPEZ

Nr 154 (10/2018)

Piątek, 9 marca 2018 r.

## Środki ciężkości

**1038.** W sześciokącie wypukłym połączono odcinkiem środek ciężkości każdego trójkąta wyznaczonego przez trzy kolejne wierzchołki ze środkiem ciężkości trójkąta wyznaczonego przez pozostałe trzy wierzchołki sześciokąta. Udowodnij, że tak narysowane trzy odcinki mają punkt wspólny.

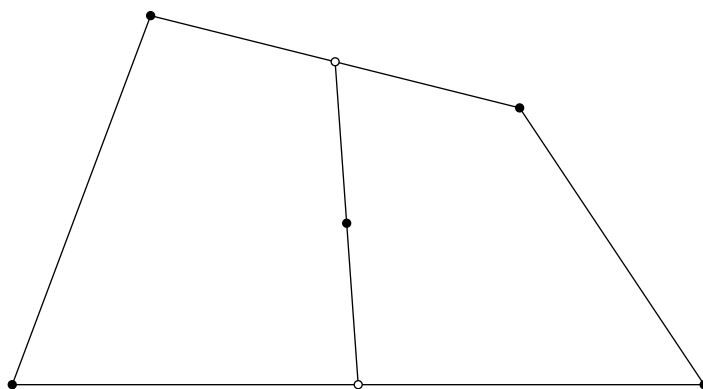
## Ważenie monet

**1039.** Mamy osiem identycznie wyglądających monet. Wiemy, że dwie z tych monet są fałszywe (lżejsze od prawdziwych). Czy zawsze możemy przy pomocy trzech ważeń na wadze szalkowej wykryć monety fałszywe?

## Rozwiązania zadań 1030–1034

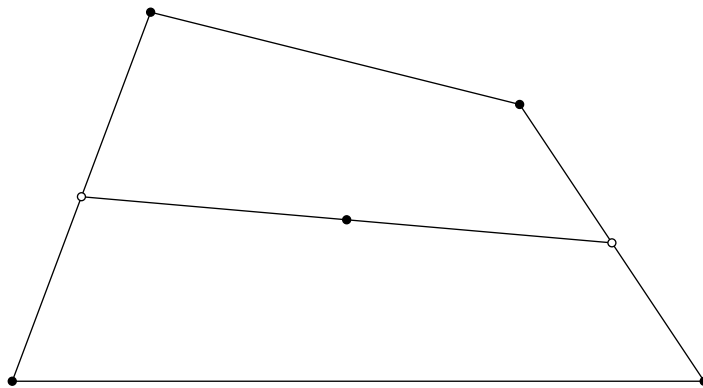
**1030.**  $888 = \frac{7!}{2+3} - 5! = 2^7 \cdot 3! + 5!$     **1031.**  $895 = (3!)! + 7 \cdot 25$     **1032.**  $896 = 7 \cdot (5! + 2^3)$

**1033.** Umieścimy w wierzchołkach czworokąta jednakowe masy. Zsuwając po dwie masy leżące w sąsiednich wierzchołkach do środków odpowiednich boków, otrzymujemy układ dwóch równych mas mających ten sam środek ciężkości, co wyjściowe cztery masy (rys. 1 i rys. 2). Ów środek ciężkości leży na odcinku łączącym środki przeciwległych boków, a dokładniej jest środkiem tego odcinka.

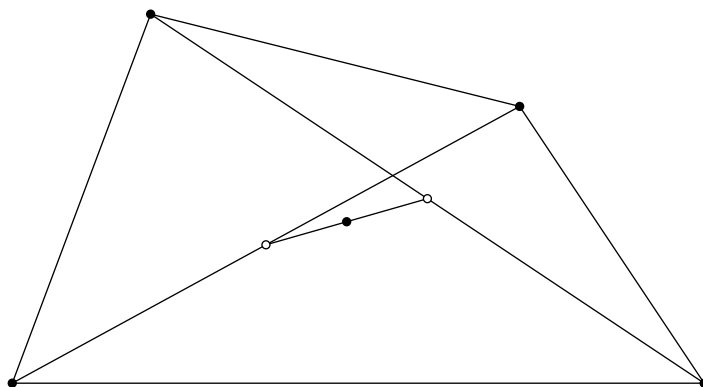


rys. 1

Z kolei zsuwając po dwie masy leżące w przeciwległych wierzchołkach do środków przekątnych czworokąta, otrzymujemy układ dwóch równych mas mających ten sam środek ciężkości, co wyjściowe cztery masy (rys. 3). Ów środek ciężkości leży na odcinku łączącym środki przekątnych, a dokładniej jest środkiem tego odcinka.

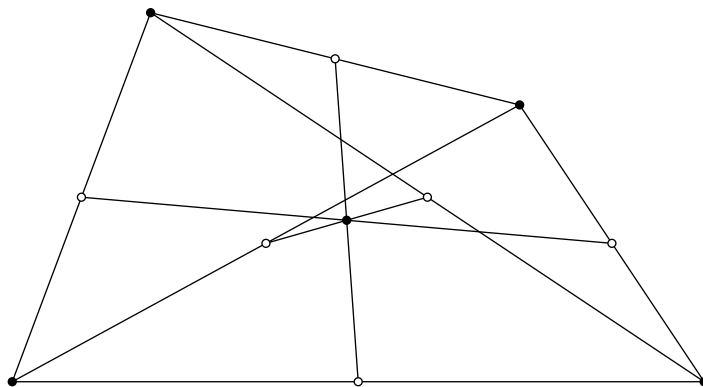


rys. 2



rys. 3

Ponieważ środek ciężkości układu czterech mas umieszczonych w wierzchołkach czworokąta leży na każdym z trzech odcinków opisanych w treści zadania, odcinki te przecinają się w jednym punkcie (rys. 4).



rys. 4

**1034.** W pierwszym ważeniu kładziemy po trzy monety na każdą z szalek wagi.

Jeżeli waga jest w równowadze, to na każdej szalce mamy trójkę monet, z których jedna jest fałszywa, a dwie prawdziwe. Na każdą z tych trójek monet zużywamy jedno ważenie, aby wykryć monetę fałszywą.

Jeżeli zaś w pierwszym ważeniu waga nie jest w równowadze, to cięższa trójka monet zawiera trzy monety prawdziwe. Zatem obie fałszywe monety znajdują się w pozostałej czwórce monet. Jak je wykryć przy pomocy dwóch ważeń, wiemy z zadania **1024**.

