Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 155 (11/2018)

Piątek, 16 marca 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1040–1043** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1040. Zapisz liczbę 155 używając cyfr 3, 3, 5 i 7. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

1041. Zapisz liczbę 288 używając cyfr 3, 7 i 9 (każdej tylko raz).

1042. Zapisz liczbę 288 używając cyfr 4, 7 i 9 (każdej tylko raz).

1043. Zapisz liczbę 295 używając cyfr 3, 4, 5 i 6 (każdej tylko raz). Podaj trzy istotnie różne rozwiązania.

Środki ciężkości

1044. W sześciokącie wypukłym narysowano trójkąt o wierzchołkach w środkach co drugiego boku sześciokąta oraz drugi trójkąt o wierzchołkach w środkach pozostałych boków sześciokąta. Udowodnij, że środki ciężkości obu trójkątów się pokrywają.

Ważenie monet

1045. Mamy dziewięć identycznie wyglądających monet. Wiemy, że trzy z tych monet są fałszywe (lżejsze od prawdziwych). Czy zawsze możemy przy pomocy czterech ważeń na wadze szalkowej wykryć monety fałszywe?

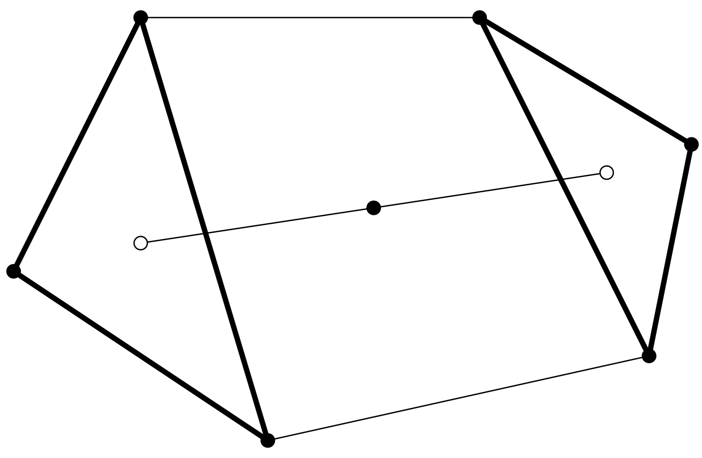
Rozwiązania zadań 1035–1039

1035. $901=(3!)!+\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^{5!}}}-7}}$

1036. $903=7\cdot\left(5!+3^2\right)$

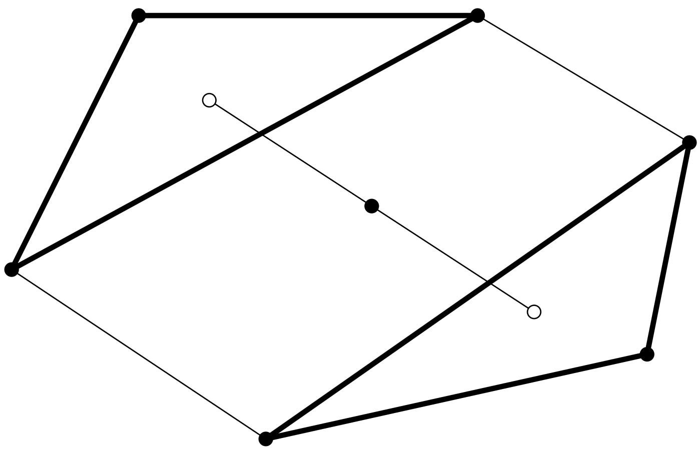
1037. $904=2^{3+7}-5!=7\cdot 5!+2^{3!}=2^3\cdot(5!-7)$

1038. Umieśćmy w wierzchołkach sześciokąta jednakowe masy. Zsuwając po trzy masy leżące w sąsiednich wierzchołkach do środków ciężkości odpowiednich trójkątów, otrzymujemy układ dwóch równych mas mających ten sam środek ciężkości, co wyjściowe sześć mas (rys. 1, rys. 2 i rys. 3). Wspomniany środek ciężkości leży na odcinku łączącym środki ciężkości rozważanych trójkątów, a dokładniej jest środkiem tego odcinka.

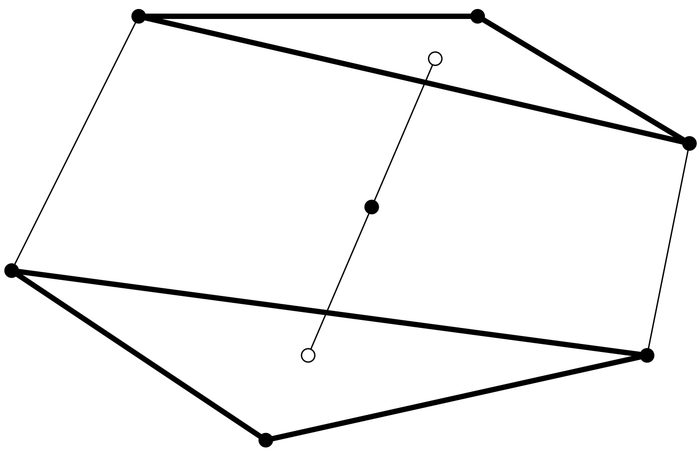


rys. 1

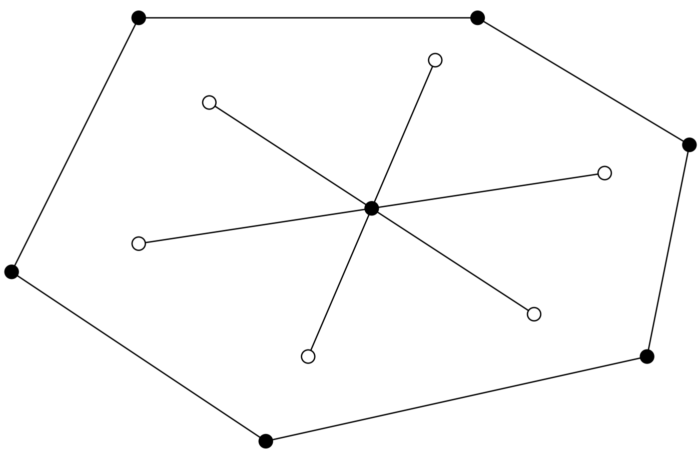
Ponieważ środek ciężkości układu sześciu mas umieszczonych w wierzchołkach czworokąta leży na każdym z trzech odcinków opisanych w treści zadania, odcinki te przecinają się w jednym punkcie (rys. 4).



rys. 2



rys. 3



rys. 4

1039. Nie możemy. Ponieważ fałszywe mogą być dowolne dwie z ośmiu monet, mamy $\binom{8}{2} = 28$ możliwych sytuacji. Tymczasem trzy ważenia na wadze szalkowej mogą dać tylko 27 możliwych wyników, a więc w pewnych dwóch sytuacjach wyniki ważeń będą takie same, a co za tym idzie po trzech ważeniach nie będziemy w stanie tych dwóch sytuacji rozróżnić.