Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
# TRAPEZ
**Nr 156 (12/2018)**
**Piątek, 23 marca 2018 r.**

### Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1046**, **1047** i **1048** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

**1046.** Zapisz liczbę 84 używając cyfr 3, 3 i 5. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

**1047.** Zapisz liczbę 89 używając cyfr 0, 0, 5 i 7.

**1048.** Zapisz liczbę 95 używając cyfr 3, 4 i 5 (każdej tylko raz).

### Środki ciężkości

**1049.** Uzasadnij, że nie w każdym trójkącie środek ciężkości obwodu pokrywa się ze środkiem ciężkości trójkąta. A może potafisz wykazać, że w dowolnym trójkącie nierównobocznym te środki ciężkości się nie pokrywają?

*Uwaga:* Środek ciężkości odcinka (w domyśle: wykonanego z jednorodnego materiału) leży w geometrycznym środku odcinka, a masa tegoż odcinka jest wprost proporcjonalna do jego długości. Tak więc środek ciężkości obwodu trójkąta (w domyśle: wygiętego z jednorodnego drutu) jest taki, jak gdyby w środkach boków trójkąta umieścić masy proporcjonalne do długości tychże boków.

### Ważenie monet

**1050.** Mamy dziesięć identycznie wyglądających monet. Wiemy, że pięć z tych monet jest fałszywych (lżejszych od prawdziwych). Czy zawsze możemy przy pomocy pięciu ważeń na wadze szalkowej wykryć monety fałszywe?

### Rozwiązania zadań 1040–1045

**1040.** $155=(37-3!)\cdot 5=\dfrac{(3!)!}{3!}+5\cdot 7$

**1041.** $288=\sqrt{9!-(3!)^7}$

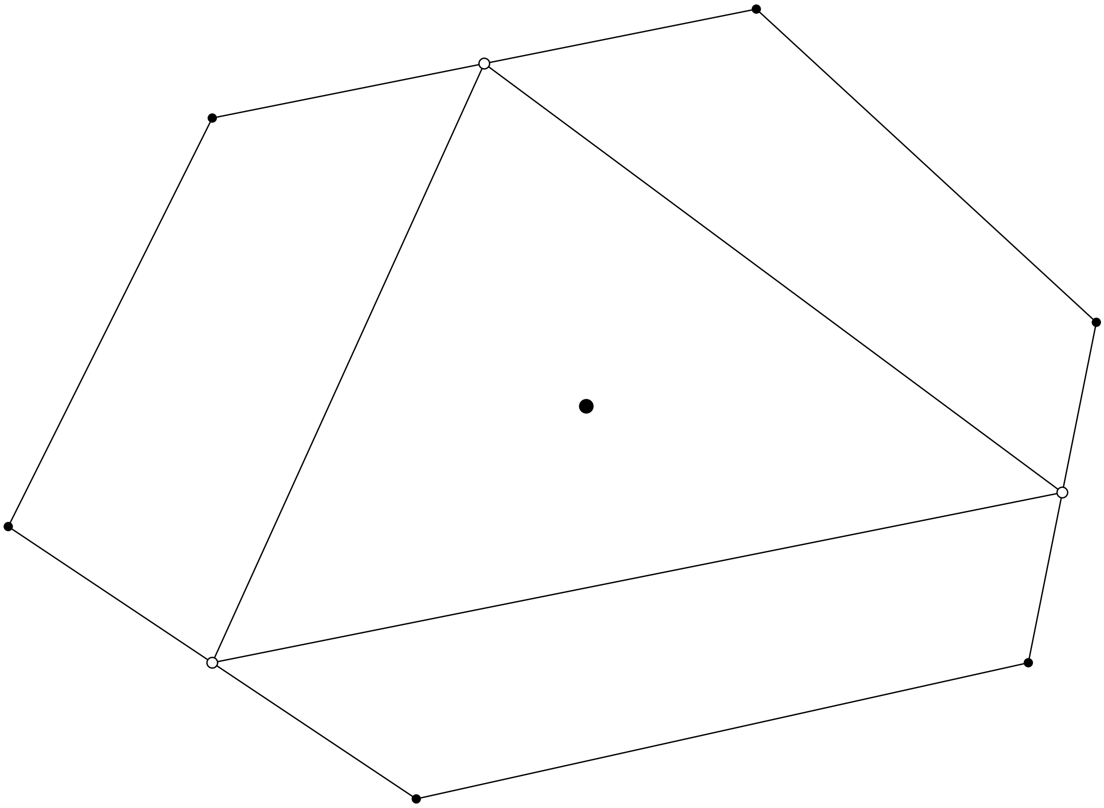
**1042.** $288=\dfrac{9!}{7!}\cdot 4$

**1043.** $295=4^5-3^6=\dfrac{(3!)!}{\sqrt{4}}-65=5\cdot(63-4)$

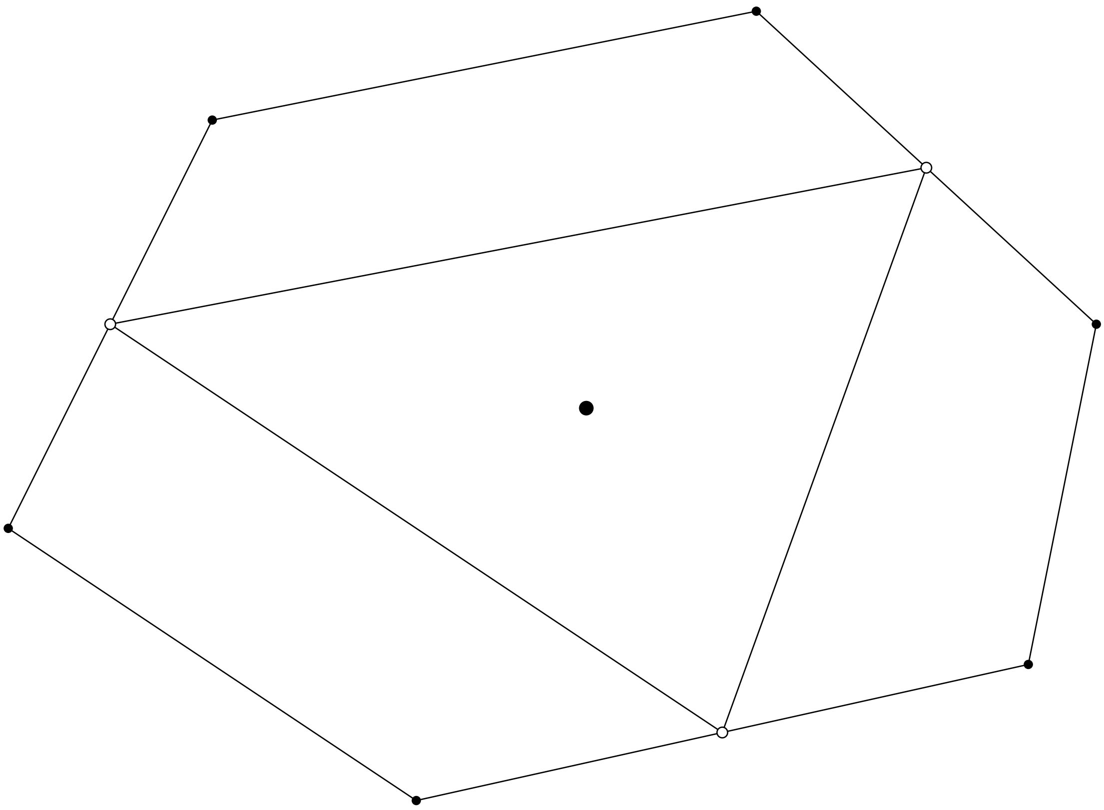
**1044.** Umieśćmy w wierzchołkach sześciokąta jednakowe masy. Zsuwając po dwie masy leżące w sąsiednich wierzchołkach do środków ciężkości odpowiednich boków sześciokąta, otrzymujemy układ trzech równych mas mających ten sam środek ciężkości, co wyjściowe sześć mas (rys. 1). Zatem środek ciężkości trójkąta o wierzchołkach w środkach co drugiego boku sześciokąta pokrywa się ze środkiem ciężkości mas umieszczonych w wierzchołkach sześciokąta.

Analogiczne, środek ciężkości trójkąta o wierzchołkach w środkach pozostałych boków sześciokąta pokrywa się ze środkiem ciężkości mas umieszczonych w wierzchołkach sześciokąta (rys. 2). Wobec tego środki ciężkości obu trójkątów się pokrywają.

**1045.** Nie możemy. Ponieważ fałszywe mogą być dowolne trzy z dziewięciu monet, mamy $\binom{9}{3}=84$ możliwe sytuacje. Tymczasem cztery ważenia na wadze szalkowej mogą dać tylko 81 możliwych wyników, a więc w pewnych dwóch sytuacjach wyniki ważeń będą takie same, a co za tym idzie po czterech ważeniach nie będziemy w stanie tych dwóch sytuacji rozróżnić.



rys. 1



rys. 2