

## Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1075**, **1076** i **1077** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

**1075.** Zapisz liczbę 11 używając cyfr 3, 3 i 6.

**1076.** Zapisz liczbę 90 używając cyfr 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

**1077.** Zapisz liczbę 174 używając cyfr 4, 4 i 6.



Autorski Tygodnik Matematyczny  
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

# TRAPEZ

Nr 159 (15/2018)

Piątek, 13 kwietnia 2018 r.

## Środki ciężkości

**1078.** Podziel każdą krawędź czworobocianu foremnego na taką samą nieparzystą liczbę równych części, a następnie w taki sposób połącz odpowiednio wybrane punkty podziału przeciwległych krawędzi, aby powstały trzy odcinki przecinające się w jednym punkcie.

## Ważenie monet

**1079.** Mamy dziesięć ogromnych skrzyń pełnych monet. Wiadomo, że w dziewięciu skrzyniach znajdują się monety prawdziwe (o wadze 10 gramów każda), a w jednej skrzyni monety fałszywe (o wadze 9 gramów każda). Ile wagań na wadze elektronicznej potrzeba, aby wykryć, która skrzynia zawiera monety fałszywe?

## Rozwiązania zadań 1070–1074

**1070.**  $63 = \frac{9!}{6! \cdot 8}$

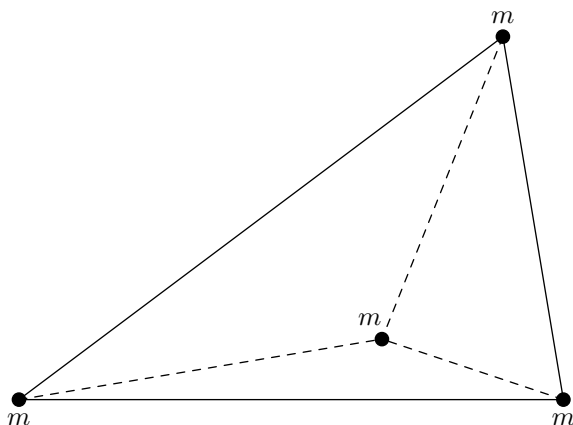
**1071.**  $65 = \frac{8!}{(3!)!} + 9$

**1072.**  $65 = 5! - 55$

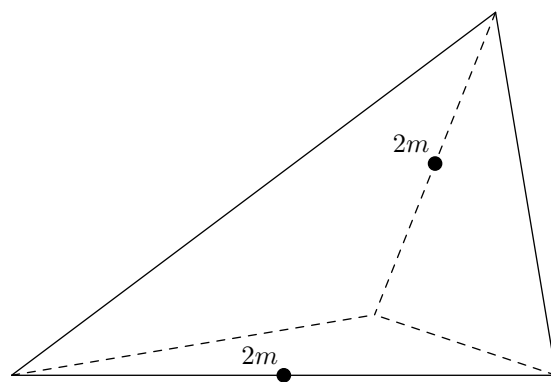
**1073.** Umieścimy w wierzchołkach czworobocianu jednakowe masy punktowe jak na rysunku 1.

Położenie środka ciężkości tych czterech mas nie zmieni się, jeżeli dwie z nich zsuniemy do środka krawędzi, w której końcach zostały one pierwotnie umieszczone, a także pozostałe dwie zsuniemy do środka odpowiedniej krawędzi (rys. 2).

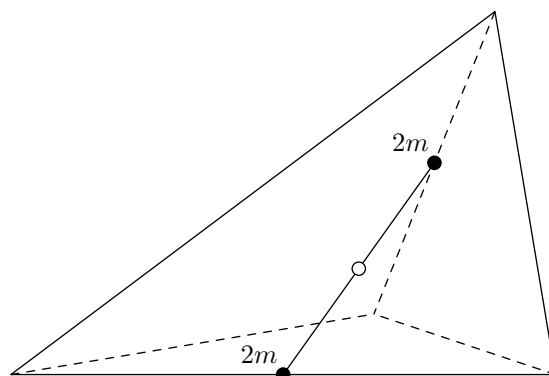
Wobec tego środek ciężkości rozważanych mas leży na odcinku łączącym środki dwóch przeciwległych krawędzi (rys. 3), w połowie tego odcinka. Analogicznie, ten sam środek ciężkości leży na pozostałych dwóch odcinkach łączących środki przeciwległych krawędzi czworobocianu, w połowie ich długości.



rys. 1



rys. 2



rys. 3

**1074.** W pierwszym ważeniu kładziemy po jednej monecie na każdą z szalek wagi.

Jeżeli waga nie jest w równowadze, to tym samym wykrywamy jedną monetę fałszywą i jedną prawdziwą. Pozostałe trzy monety zawierają jedną lub dwie monety fałszywe, a do dyspozycji mamy jeszcze dwa ważenia. W drugim ważeniu kładziemy na każdą szalkę po jednej z tych trzech monet. Jeżeli waga znowu nie jest w równowadze, to wykrywamy drugą fałszywą monetę i drugą prawdziwą monetę. Ostatnią, piątą monetę identyfikujemy porównując jej wagę z wagą którejkolwiek prawdziwej monety. Gdy zaś w drugim ważeniu jest równowaga, to znaczy, że obie monety z drugiego ważenia są jednakowe, ale są inne niż moneta, która nie była dotąd ważona. W ostatnim ważeniu porównujemy tę monetę z monetą, której prawdziwość została ustalona w pierwszym ważeniu.

Jeśli zaś w pierwszym ważeniu wystąpiła równowaga, to ma miejsce jeden z następujących czterech przypadków:

PP, FFF

PP, FFP

FF, FPP

FF, PPP

Przez P oznaczyliśmy monetę prawdziwą, przez F fałszywą, pierwsze dwie litery odnoszą się do dwóch monet użytych w pierwszym ważeniu, a następująca dalej trójka liter symbolizuje monety, które nie były ważone.

W drugim ważeniu na lewej szalce zostawiamy monetę, która była tam położona w pierwszym ważeniu, natomiast na szalce prawej umieszczamy jedną z trzech monet dotąd nie ważonych. Jeśli wystąpi równowaga, to znaczy, że trzy monety biorące udział w pierwszych dwóch ważeniach są jednakowe, a w konsekwencji pozostałe dwie monety też są jednakowe. Trzecie ważenie rozstrzyga, które są jakie — wystarczy położyć na lewą szalkę reprezentanta trójki jednakowych monet, a na prawą szalkę reprezentanta pary jednakowych monet.

Co się stanie, gdy w drugim ważeniu nie ma równowagi? Dla ustalenia uwagi założmy, że moneta na lewej szalce okazała się lżejsza (przypadek, gdy jest ona cięższa, rozwiązujemy analogicznie). Wówczas monety biorące udział w pierwszym ważeniu są fałszywe, a moneta z prawej szalki drugiego ważenia jest prawdziwa. Ostatnie ważenie pozwala rozpoznać (przez porównanie ich wagi) pozostałe dwie monety, które nie mogą być jednocześnie fałszywe.

