Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 161 (17/2018)
Piątek, 27 kwietnia 2018 r.

Łamigłówki i zadania na dłuuuugi weekend

W łamigłówkach **1085**, **1086** i **1087** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1085. Zapisz liczbę 161 używając cyfr 2, 3 i 7 (każdej tylko raz).

1086. Zapisz liczbę 171 używając cyfr 3, 4 i 7 (każdej tylko raz).

1087. Zapisz liczbę 181 używając cyfr 2, 3, 4 i 7 (każdej tylko raz).

Środki ciężkości

1088. Uzasadnij, że nie w każdym czworościanie środek ciężkości powierzchni pokrywa się ze środkiem ciężkości czworościanu.

1089. Uzasadnij, że nie w każdym czworościanie środek ciężkości wszystkich sześciu krawędzi pokrywa się ze środkiem ciężkości czworościanu.

1090. Uzasadnij, że nie w każdym czworościanie środek ciężkości wszystkich sześciu krawędzi pokrywa się ze środkiem ciężkości powierzchni czworościanu.

1091. W pewnym czworościanie środek ciężkości wszystkich sześciu krawędzi, środek ciężkości powierzchni czworościanu oraz środek ciężkości czworościanu pokrywają się. Czy stąd wynika, że czworościan jest foremny?

Rozwiązania zadań 1080–1084

1080. $23=\frac{5!-5}{5}$ **1081.** $199=\sqrt{8!-(3!)!+1}$ **1082.** $423=7^5-4^7=57\cdot 7+4!$

Drugie rozwiązanie zadania **1082** podał Wojtek Łach.

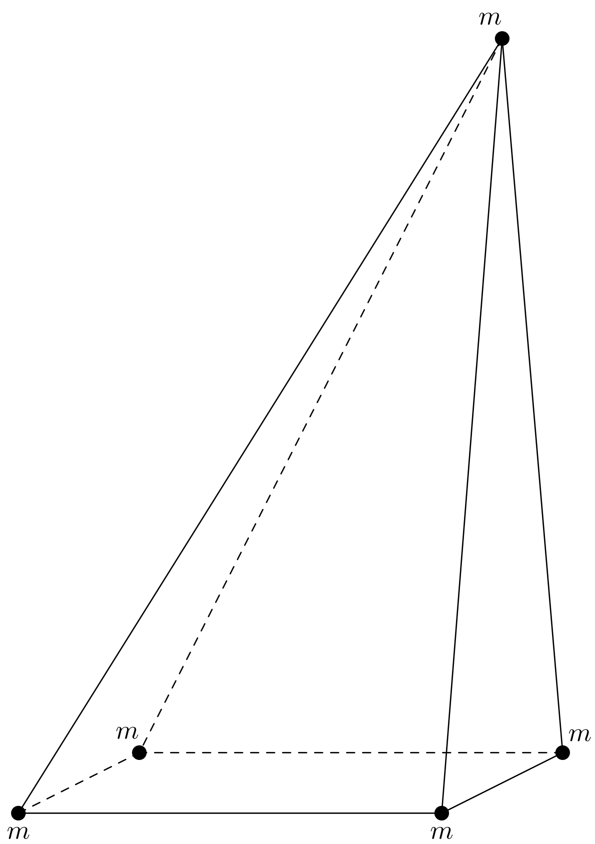
1083. Umieśćmy w każdym z pięciu wierzchołków[1] ostrosłupa taką samą masę (rys. 1). Zsuńmy trzy masy leżące w wierzchołkach ściany bocznej ostrosłupa do jej środka ciężkości, a pozostałe dwie masy do środka krawędzi podstawy, w której końcach zostały one pierwotnie umieszczone (rys. 2). Po takiej operacji położenie środka ciężkości układu mas się nie zmieni.

Zatem środek ciężkości rozważanych mas leży na odcinku łączącym środek ciężkości ściany bocznej ostrosłupa ze środkiem przeciwległej krawędzi podstawy (rys. 3), w 2/5 tego odcinka. Analogicznie, ten sam środek ciężkości leży na pozostałych trzech odcinkach łączących środki ciężkości ścian bocznych ze środkami przeciwległych krawędzi ostrosłupa, w 2/5 ich długości licząc od ścian bocznych.

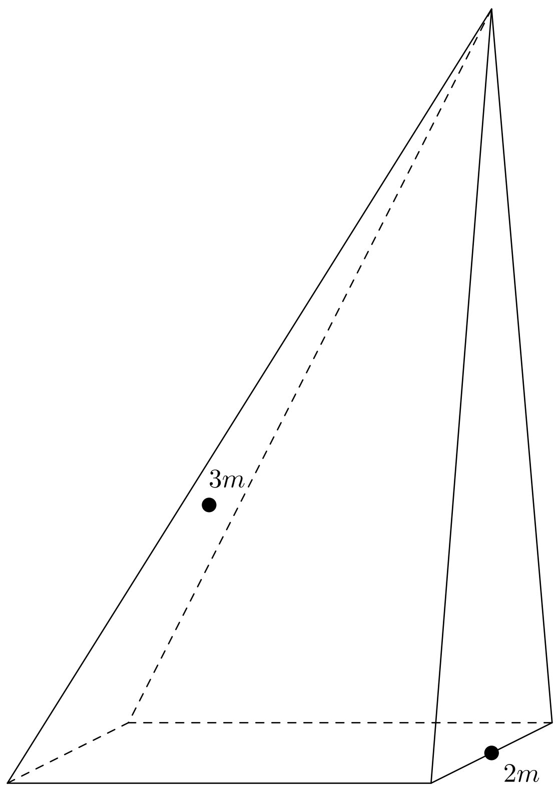
1084. Wystarczy jedno ważenie. Numerujemy skrzynie liczbami od 0 do 9. Na wadze kładziemy 1023 monety, biorąc 2^i monet z i-tej skrzyni. Wówczas łączna masa ważonych monet jest równa $10230-m$, gdzie liczba m ma w zapisie dwójkowym jedynki na pozycjach odpowiadających numerom skrzyń z fałszywymi monetami.

---

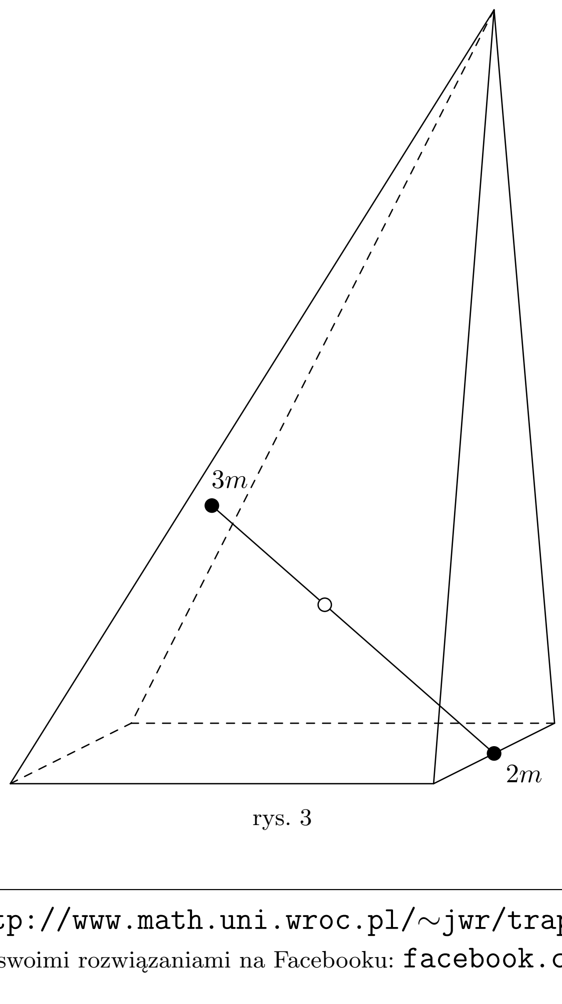
[1] Należy zwrócić uwagę, że zgodnie z przyjętymi terminologiami funkcjonującymi tu i ówdzie, ostrosłup ma jeden wierzchołek, ale już ta sama figura określana jako wielościan ma więcej wierzchołków. W konsekwencji odpowiadając na pytanie *Ile wierzchołków ma ostrosłup o podstawie czworokątnej?* można próbować wybronić każdą z poniższych odpowiedzi:
- Ostrosłup ma jeden wierzchołek.
- Ostrosłup ma pięć wierzchołków.
- Ostrosłup ma pięć wierzchołków, w tym jeden wierzchołek ostrosłupa.



rys. 1



rys. 2



rys. 3