Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
TRAPEZ
Nr 170 (26/2018)
Piątek, 29 czerwca 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1149**, **1150** i **1151** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1149. Zapisz liczbę 56 używając cyfr 2, 3 i 3.

1150. Zapisz liczbę 70 używając cyfr 2, 3 i 3.

1151. Zapisz liczbę 108 używając cyfr 2, 3 i 3. Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

Wakacyjny quiz Trapezu

1152. Zapisz zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używaj różnicy zbiorów).

a) $(x-2)^2<4$, ... **b)** $(x-3)^3<8$, ...

c) $(x-4)^4>16$, ... **d)** $(x-5)^5>32$, ...

1153. Podaj liczbę rzeczywistą x spełniającą dane równanie.

a) $\log_2 3=\log_4 x$ dla $x=$.......... **b)** $\log_4 8=\log_9 x$ dla $x=$..........

c) $\log_{81} 4=\log_3 x$ dla $x=$......... **d)** $\log_8 27=\log_{16} x$ dla $x=$.........

1154. Zapisz zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używaj różnicy zbiorów).

a) $\log_4 x<2$, ... **b)** $\log_4 x<-1/2$, ...

c) $\log_4 x>1/4$, ... **d)** $\log_4 x>1/2$, ...

1155. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ określonej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^2-2x$, ... **b)** $f(x)=x^4-4x^2$, ...

c) $f(x)=x^6+6x^3$, ... **d)** $f(x)=x^8+8x^4$, ...

1156. Dla podanej liczby wskaż jej dwucyfrowy dzielnik.

a) 1 000 000 005, ... **b)** 1 000 000 308, ...

c) 1 000 000 062, ... **d)** 1 000 000 075, ...

1157. Dla podanej liczby wskaż jej dwucyfrowy dzielnik pierwszy.

a) $40^{11}-3^{11}$, ... **b)** $40^{13}+3^{13}$, ...

c) $40^{14}-9^{14}$, ... **d)** $40^{14}-13^{14}$, ...

1158. Wśród dowolnych n kolejnych liczb całkowitych dodatnich istnieją dwie liczby, których największy wspólny dzielnik jest równy k. Dla podanej liczby n podaj największą liczbę naturalną k, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $n=5$, $k=$................... **b)** $n=10$, $k=$...................

c) $n=15$, $k=$................... **d)** $n=20$, $k=$...................

1159. Istnieje takich n kolejnych liczb całkowitych dodatnich, że pewne dwie spośród nich mają największy wspólny dzielnik równy k. Dla podanej liczby n podaj największą liczbę naturalną k, dla której powyższe zdanie jest prawdziwe.

a) $n=5$, $k=$ .... **b)** $n=10$, $k=$ ....
c) $n=15$, $k=$ .... **d)** $n=20$, $k=$ ....

1160. Postęp geometryczny o wyrazach całkowitych dodatnich składa się z co najmniej trzech wyrazów. Jego pierwszy i ostatni wyraz są podane. Podaj liczbę wyrazów tego postępu.

a) 1, 128, ... **b)** 2, 64, ...
c) 24, 81, ... **d)** 25, 36, ...

1161. Liczbę naturalną n nazwiemy *fajną*, jeśli suma dowolnego postępu arytmetycznego n-wyrazowego o wyrazach całkowitych jest podzielna przez n. Podaj liczbę *fajnych* liczb n spełniających podaną nierówność.

a) $100<n<200$, ... **b)** $333<n<433$, ...
c) $500<n<700$, ... **d)** $777<n<977$, ...

1162. Dla podanej liczby naturalnej n podaj miarę kąta $\sphericalangle A_1A_6A_5$, gdzie $A_1A_2\ldots A_n$ jest n-kątem foremnym.

a) $n=10$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=$ .... **b)** $n=18$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=$ ....
c) $n=40$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=$ .... **d)** $n=72$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=$ ....

1163. Niech $A_1A_2A_3\ldots A_n$ oznacza n-kąt foremny. Wskaż liczbę naturalną n, dla której miara podanego kąta jest równa n°. Aby zadanie miało sens, liczba n musi spełniać podaną nierówność.

a) $n\geqslant 10$, $\sphericalangle A_1A_{10}A_6=n^\circ$ dla $n=$ ....
b) $n\geqslant 24$, $\sphericalangle A_1A_{24}A_{21}=n^\circ$ dla $n=$ ....
c) $n\geqslant 48$, $\sphericalangle A_1A_{48}A_{46}=n^\circ$ dla $n=$ ....
d) $n\geqslant 82$, $\sphericalangle A_1A_{82}A_{81}=n^\circ$ dla $n=$ ....

Odpowiedzi do zadań 1143–1148

1143. $20=\dfrac{6!}{\sqrt{6^4}}$ **1144.** $109=\dfrac{(3!)!+1}{7}+\left(\sqrt{9}\right)!$ **1145.** $140=\dfrac{(3!+1)!}{\left(\left(\sqrt{9}\right)!\right)^2}$

1146. a) $p=20$, $q=\mathbf{25}$ **b)** $p=50$, $q=\mathbf{100}$ **c)** $p=60$, $q=\mathbf{150}$ **d)** $p=75$, $q=\mathbf{300}$

1147. a) $p=80$, $q=\mathbf{400}$ **b)** $p=90$, $q=\mathbf{900}$ **c)** $p=95$, $q=\mathbf{1900}$ **d)** $p=99$, $q=\mathbf{9900}$

1148. a) $k=10$, $n=\mathbf{21}$ **b)** $k=25$, $n=\mathbf{44}$ **c)** $k=50$, $n=\mathbf{69}$ **d)** $k=100$, $n=\mathbf{125}$