Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 171 (27/2018)
Piątek, 6 lipca 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1164**, **1165** i **1166** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1164. Zapisz liczbę 101 używając cyfr 1, 2, 5 i 7 (każdej tylko raz).

1165. Zapisz liczbę 161 używając cyfr 0, 4, 5 i 8 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

1166. Zapisz liczbę 666 używając cyfr 3, 6 i 9 (każdej tylko raz).

Wakacyjny quiz Trapezu

1167. Dla podanych liczb a i b podaj zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych dodatnich c, że istnieje trójkąt prostokątny o bokach długości a, b i c.

a) $a=1$, $b=2$, $c\in\{\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \}$ **b)** $a=2$, $b=3$, $c\in\{\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \}$

c) $a=3$, $b=4$, $c\in\{\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \}$ **d)** $a=3$, $b=5$, $c\in\{\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \}$

1168. Dla podanych liczb a i b podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa 120°.

a) $a=1$, $b=2$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$ **b)** $a=2$, $b=3$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $a=3$, $b=4$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$ **d)** $a=3$, $b=5$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$

1169. Dla podanych liczb a i b podaj taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b i c, w którym miara kąta między bokami długości a i b jest równa 60°.

a) $a=1$, $b=2$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$ **b)** $a=2$, $b=3$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $a=3$, $b=4$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$ **d)** $a=3$, $b=5$, $c=\ldots\ldots\ldots\ldots$

1170. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę naturalną n większą od k, że

$$\binom{n}{k}+\binom{n}{k+1}=\binom{n+1}{2k+1}.$$

a) $k=11$, $n=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ **b)** $k=22$, $n=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

c) $k=33$, $n=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ **d)** $k=100$, $n=\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

1171. Wskaż takie liczby naturalne a i b większe od 1, że podana liczba jest równa $2^{2^{a^b}}$. **Uwaga:** Potęgowanie wykonujemy *od góry*, tzn. $x^{y^z}=x^{(y^z)}$.

a) $\left(2^{2^{5^2}}\right)^4$, $a=\ldots\ldots$, $b=\ldots\ldots$ **b)** $\left(2^{2^{2^5}}\right)^{16}$, $a=\ldots\ldots$, $b=\ldots\ldots$

c) $\left(2^{2^{2^3}}\right)^2$, $a=\ldots\ldots$, $b=\ldots\ldots$ **d)** $\left(2^{2^{5^3}}\right)^8$, $a=\ldots\ldots$, $b=\ldots\ldots$

Odpowiedzi do zadań 1149–1163

1149. $56=\dfrac{(3!+2)!}{(3!)!}$ **1150.** $70=2^{3!}+3!$ **1151.** $108=3\cdot(3!)^2=\dfrac{(3!)^3}{2}$

1152. **a)** $(x-2)^2<4$, $(\mathbf{0,\ 4})$ **b)** $(x-3)^3<8$, $(\mathbf{-\infty,\ 5})$
c) $(x-4)^4>16$, $(\mathbf{-\infty,\ 2})\cup(\mathbf{6,\ +\infty})$ **d)** $(x-5)^5>32$, $(\mathbf{7,\ +\infty})$

1153. **a)** $\log_2 3=\log_4 x$ dla $x=\mathbf{9}$ **b)** $\log_4 8=\log_9 x$ dla $x=\mathbf{27}$
c) $\log_{81} 4=\log_3 x$ dla $x=\sqrt{\mathbf{2}}$ **d)** $\log_8 27=\log_{16} x$ dla $x=\mathbf{81}$

1154. **a)** $\log_4 x<2$, $(\mathbf{0,\ 16})$ **b)** $\log_4 x<-1/2$, $(\mathbf{0,\ 1/2})$
c) $\log_4 x>1/4$, $(\sqrt{\mathbf{2}},\ +\infty)$ **d)** $\log_4 x>1/2$, $(\mathbf{2,\ +\infty})$

1155. **a)** $f(x)=x^2-2x$, $\mathbf{-1}$ **b)** $f(x)=x^4-4x^2$, $\mathbf{-4}$
c) $f(x)=x^6+6x^3$, $\mathbf{-9}$ **d)** $f(x)=x^8+8x^4$, $\mathbf{0}$

1156. **a)** 1 000 000 005, **15** **b)** 1 000 000 308, **12**
c) 1 000 000 062, **18** **d)** 1 000 000 075, **25**

1157. **a)** $40^{11}-3^{11}$, **37** **b)** $40^{13}+3^{13}$, **43**
c) $40^{14}-9^{14}$, **31** **d)** $40^{14}-13^{14}$, **53**

1158. **a)** $n=5$, $k=\mathbf{2}$ **b)** $n=10$, $k=\mathbf{5}$
c) $n=15$, $k=\mathbf{7}$ **d)** $n=20$, $k=\mathbf{10}$

1159. **a)** $n=5$, $k=\mathbf{4}$ **b)** $n=10$, $k=\mathbf{9}$
c) $n=15$, $k=\mathbf{14}$ **d)** $n=20$, $k=\mathbf{19}$

1160. **a)** 1, 128, **8** **b)** 2, 64, **6**
c) 24, 81, **4** **d)** 25, 36, **3**

1161. **a)** $100<n<200$, **50** **b)** $333<n<433$, **49**
c) $500<n<700$, **100** **d)** $777<n<977$, **99**

1162. **a)** $n=10$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=\mathbf{72}^\circ$ **b)** $n=18$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=\mathbf{40}^\circ$
c) $n=40$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=\mathbf{18}^\circ$ **d)** $n=72$, $\sphericalangle A_1A_6A_5=\mathbf{10}^\circ$

1163. **a)** $n\geqslant 10$, $\sphericalangle A_1A_{10}A_6=n^\circ$ dla $n=\mathbf{30}$
b) $n\geqslant 24$, $\sphericalangle A_1A_{24}A_{21}=n^\circ$ dla $n=\mathbf{60}$
c) $n\geqslant 48$, $\sphericalangle A_1A_{48}A_{46}=n^\circ$ dla $n=\mathbf{90}$
d) $n\geqslant 82$, $\sphericalangle A_1A_{82}A_{81}=n^\circ$ dla $n=\mathbf{120}$