Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO
TRAPEZ
Nr 173 (29/2018)
Piątek, 20 lipca 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1184**, **1185** i **1186** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1184. Zapisz liczbę 125 używając cyfr 3, 4 i 8 (każdej tylko raz).

1185. Zapisz liczbę 224 używając cyfr 3, 4 i 8 (każdej tylko raz). Podaj dwa istotnie różne rozwiązania.

1186. Zapisz liczbę 324 używając cyfr 3, 4 i 8 (każdej tylko raz).

Wakacyjny quiz Trapezu

1187. Liczbę naturalną d nazwiemy *sympatyczną*, jeżeli prawdziwa jest następująca cecha podzielności: Dla dowolnej liczby naturalnej $n>9999$ liczba n jest podzielna przez d wtedy i tylko wtedy, gdy czterocyfrowa końcówka liczby n tworzy liczbę podzielną przez d. Dla podanej liczby k podaj najmniejszą *sympatyczną* liczbę d większą od k.

a) $k=11$, $d=$ .... **b)** $k=21$, $d=$ ....

c) $k=31$, $d=$ .... **d)** $k=51$, $d=$ ....

1188. Liczbę naturalną d nazwiemy *sympatyczną*, jeżeli prawdziwa jest następująca cecha podzielności: Dla dowolnej liczby naturalnej $n>9999$ liczba n jest podzielna przez d wtedy i tylko wtedy, gdy czterocyfrowa końcówka liczby n tworzy liczbę podzielną przez d. Dla podanej liczby k podaj najmniejszą *sympatyczną* liczbę d większą od k.

a) $k=101$, $d=$ .... **b)** $k=151$, $d=$ ....

c) $k=201$, $d=$ .... **d)** $k=251$, $d=$ ....

1189. Podaj odległość punktu płaszczyzny o danych współrzędnych od krzywej o równaniu $x^2+y^2=144$.

a) (3, 4), ... **b)** (12, 5), ...

c) (12, 9), ... **d)** (12, 16), ...

1190. Dla podanych liczb n i k wskaż takie liczby naturalne a i b większe od 1, że

$$\log_a \log_2 \log_2 \left(2^{2^n}\right)^{2^{2^k}} = b.$$

Uwaga: Potęgowanie wykonujemy *od góry*, tzn. $x^{y^z} = x^{(y^z)}$.

a) $n=2$, $k=1$, $a=$ ....., $b=$ ..... **b)** $n=4$, $k=2$, $a=$ ....., $b=$ .....

c) $n=1$, $k=3$, $a=$ ....., $b=$ ..... **d)** $n=4$, $k=5$, $a=$ ....., $b=$ .....

1191. W dowolnym rosnącym postępie arytmetycznym 1000-wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \ldots$ $\ldots, a_{1000}$ spełniającym warunek $a_1+a_2=a_4$ zachodzi równość $a_m+a_n=a_k$. Dla podanych m i n wskaż taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leqslant 1000$, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m=3$, $n=4$, $k=$ .... **b)** $m=4$, $n=5$, $k=$ ....

c) $m=10$, $n=11$, $k=$ .... **d)** $m=11$, $n=12$, $k=$ ....

1192. W dowolnym rosnącym postępie geometrycznym 1000-wyrazowym $a_1, a_2, a_3, \ldots$ $\ldots, a_{1000}$ spełniającym warunek $a_1 + a_2 = a_4$ zachodzi równość $a_m + a_n = a_k$. Dla podanych m i n wskaż taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leqslant 1000$, aby powyższe zdanie było prawdziwe.

a) $m=3$, $n=4$, $k=$ .... **b)** $m=4$, $n=5$, $k=$ ....

c) $m=10$, $n=11$, $k=$ .... **d)** $m=11$, $n=12$, $k=$ ....

Odpowiedzi do zadań 1172–1183

1172. $104 = 2^7 - 4!$ **1173.** $104 = \dfrac{\left(\left(\sqrt{9}\right)!\right)!}{9} + 4!$ **1174.** $104 = 13 \cdot (9 - 0!)$

1175. **a)** $p=10$, $q=\mathbf{1}$ **b)** $p=20$, $q=\mathbf{4}$
c) $p=30$, $q=\mathbf{9}$ **d)** $p=40$, $q=\mathbf{16}$

1176. **a)** $p=10$, $q=\mathbf{8}$ **b)** $p=20$, $q=\mathbf{12}$
c) $p=30$, $q=\mathbf{12}$ **d)** $p=40$, $q=\mathbf{8}$

1177. **a)** $(x^2-2)\cdot(x^4-4)>0$, $\left(\boldsymbol{-\infty, -\sqrt{2}}\right) \cup \left(\boldsymbol{-\sqrt{2}, \sqrt{2}}\right) \cup \left(\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$
b) $(x+2)\cdot(x^4-4)>0$, $\left(\boldsymbol{-2, -\sqrt{2}}\right) \cup \left(\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$
c) $(x^2-2)\cdot(x+4)>0$, $\left(\boldsymbol{-4, -\sqrt{2}}\right) \cup \left(\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$
d) $(x+2)^2\cdot(x^4-4)>0$, $(\boldsymbol{-\infty, -2}) \cup \left(\boldsymbol{-2, -\sqrt{2}}\right) \cup \left(\boldsymbol{\sqrt{2}, +\infty}\right)$

1178. **a)** $|x-9|<3$, $(\mathbf{6, 12})$
b) $|x-16|>4$, $(\boldsymbol{-\infty, 12}) \cup (\boldsymbol{20, +\infty})$
c) $|x+25|<5$, $(\boldsymbol{-30, -20})$
d) $|x+36|>6$, $(\boldsymbol{-\infty, -42}) \cup (\boldsymbol{-30, +\infty})$

1179. **a)** $(x-64)^2<64$, $(\mathbf{56, 72})$
b) $(x-64)^3<64$, $(\boldsymbol{-\infty, 68})$
c) $(x-64)^6>64$, $(\boldsymbol{-\infty, 62}) \cup (\boldsymbol{66, +\infty})$
d) $(x-32)^5>32$, $(\boldsymbol{34, +\infty})$

1180. **a)** $(x^2-2)^2<4$, $(\boldsymbol{-2, 0}) \cup (\mathbf{0, 2})$
b) $(x^2-5)^2<16$, $(\boldsymbol{-3, -1}) \cup (\mathbf{1, 3})$
c) $(x^2-13)^2<144$, $(\boldsymbol{-5, -1}) \cup (\mathbf{1, 5})$
d) $(x^2-37)^2<144$, $(\boldsymbol{-7, -5}) \cup (\mathbf{5, 7})$

1181. **a)** $n=27$, $k=\mathbf{20}$ **b)** $n=48$, $k=\mathbf{22}$
c) $n=75$, $k=\mathbf{15}$ **d)** $n=80$, $k=\mathbf{22}$

1182. **a)** $k=8$, $n=\mathbf{2^{11}\cdot 3^7\cdot 5^3}$ **b)** $k=11$, $n=\mathbf{2^8\cdot 3^5\cdot 5^2}$
c) $k=20$, $n=\mathbf{2^4\cdot 3^3\cdot 5 = 2160}$ **d)** $k=22$, $n=\mathbf{2^4\cdot 3^2\cdot 5 = 720}$

1183. **a)** $\alpha=40^\circ$, $\beta=\mathbf{140}^\circ$ **b)** $\alpha=70^\circ$, $\beta=\mathbf{110}^\circ$
c) $\alpha=100^\circ$, $\beta=\mathbf{440}^\circ$ **d)** $\alpha=270^\circ$, $\beta=\mathbf{630}^\circ$