Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 174 (30/2018)
Piątek, 27 lipca 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1193**, **1194** i **1195** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1193. Zapisz liczbę 174 używając cyfr 3, 3 i 4.

1194. Zapisz liczbę 174 używając cyfr 3, 4 i 7 (każdej tylko raz).

1195. Zapisz liczbę 174 używając cyfr 2, 5, 7 i 7.

Wakacyjny quiz Trapezu

1196. Dla podanej liczby p podaj liczbę q o następującej własności: Jeżeli liczba dodatnia a jest większa od liczby dodatniej b o $p\%$, to liczba b jest mniejsza od liczby a o $q\%$.

a) $p=25$, $q=$ .... **b)** $p=100$, $q=$ ....

c) $p=150$, $q=$ .... **d)** $p=300$, $q=$ ....

1197. Dla podanej liczby p podaj liczbę q o następującej własności: Jeżeli w rosnącym postępie arytmetycznym trójwyrazowym a_1, a_2, a_3 o wyrazach dodatnich wyraz a_2 jest większy od a_1 o $p\%$, to wyraz a_3 jest większy od a_2 o $q\%$.

a) $p=25$, $q=$ .... **b)** $p=100$, $q=$ ....

c) $p=150$, $q=$ .... **d)** $p=300$, $q=$ ....

1198. Dla podanego wyrażenia podaj liczbę wymierną w, dla której wartość tego wyrażenia jest wymierna.

a) $w\sqrt{2}+\sqrt{\left(4-3\sqrt{2}\right)^2}$, $w=$ .... **b)** $w\sqrt{3}+\sqrt{\left(7-4\sqrt{3}\right)^2}$, $w=$ ....

c) $w\sqrt{5}+\sqrt{\left(9-4\sqrt{5}\right)^2}$, $w=$ .... **d)** $w\sqrt{2}+\sqrt{\left(7-5\sqrt{2}\right)^2}$, $w=$ ....

1199. Podaj największy wspólny dzielnik liczb.

a) NWD(9000, 201500000000048) = ... **b)** NWD(9000, 201500000000001) = ...

c) NWD(9000, 201500000000025) = ... **d)** NWD(9000, 201500000000064) = ...

1200. Dla podanych liczb a i b wskaż taką liczbę rzeczywistą dodatnią c, że z odcinków o długościach a, b i c można zbudować trójkąt o możliwie największym polu.

a) $a=1$, $b=1$, $c=$ .... **b)** $a=1$, $b=2$, $c=$ ....

c) $a=2$, $b=3$, $c=$ .... **d)** $a=3$, $b=4$, $c=$ ....

1201. Dla podanych liczb a, b i c wskaż taką liczbę rzeczywistą dodatnią $d\neq c$, że z odcinków o długościach a, b i d można zbudować trójkąt o takim samym polu, jak pole trójkąta o bokach a, b i c.

a) $a=2$, $b=2$, $c=3$, $d=$ .... **b)** $a=3$, $b=3$, $c=4$, $d=$ ....

c) $a=3$, $b=3$, $c=5$, $d=$ .... **d)** $a=4$, $b=4$, $c=5$, $d=$ ....

1202. Dla podanych liczb a, b i c wskaż taką liczbę rzeczywistą dodatnią $d \neq c$, że z odcinków o długościach a, b i d można zbudować trójkąt o takim samym polu, jak pole trójkąta o bokach a, b i c.

a) $a=2$, $b=3$, $c=3$, $d=$ .... **b)** $a=3$, $b=4$, $c=4$, $d=$ ....

c) $a=3$, $b=5$, $c=5$, $d=$ .... **d)** $a=4$, $b=5$, $c=5$, $d=$ ....

1203. Postęp arytmetyczny 1000-wyrazowy $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{1000}$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:
Wyrazy pierwszy, ósmy i szesnasty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.
Dla podanych m i n wskaż taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leqslant 1000$, aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.

a) $m=1$, $n=10$, $k=$ .... **b)** $m=11$, $n=22$, $k=$ ....

c) $m=10$, $n=40$, $k=$ .... **d)** $m=40$, $n=100$, $k=$ ....

1204. Postęp geometryczny 1000-wyrazowy $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots, a_{1000}$ o wyrazach rzeczywistych dodatnich jest rosnący, a ponadto ma następującą własność:
Wyrazy pierwszy, dziewiąty i szesnasty tworzą (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp arytmetyczny.
Dla podanych m i n wskaż taką liczbę całkowitą dodatnią $k \leqslant 1000$, aby wyrazy a_m, a_n i a_k tworzyły (w tej właśnie kolejności) trójwyrazowy postęp geometryczny.

a) $m=1$, $n=10$, $k=$ .... **b)** $m=11$, $n=22$, $k=$ ....

c) $m=10$, $n=40$, $k=$ .... **d)** $m=40$, $n=100$, $k=$ ....

Odpowiedzi do zadań 1184–1192

1184. $125=\sqrt{\sqrt{\sqrt{(8-3)^{4!}}}}$ **1185.** $224=\sqrt{\sqrt{\sqrt{(3!)^{4!}}}}+8=\frac{8!\cdot 4}{(3!)!}$

1186. $324=\sqrt{\sqrt{(4!-3!)^{8}}}$

1187. **a)** $k=11$, $d=\mathbf{16}$ **b)** $k=21$, $d=\mathbf{25}$
c) $k=31$, $d=\mathbf{40}$ **d)** $k=51$, $d=\mathbf{80}$

1188. **a)** $k=101$, $d=\mathbf{125}$ **b)** $k=151$, $d=\mathbf{200}$
c) $k=201$, $d=\mathbf{250}$ **d)** $k=251$, $d=\mathbf{400}$

1189. **a)** (3, 4), **7** **b)** (12, 5), **1**
c) (12, 9), **3** **d)** (12, 16), **8**

1190. **a)** $n=2$, $k=1$, $a=\mathbf{2}$, $b=\mathbf{2}$ **b)** $n=4$, $k=2$, $a=\mathbf{2}$, $b=\mathbf{3}$
c) $n=1$, $k=3$, $a=\mathbf{3}$, $b=\mathbf{2}$ **d)** $n=4$, $k=5$, $a=\mathbf{6}$, $b=\mathbf{2}$

1191. **a)** $m=3$, $n=4$, $k=\mathbf{8}$ **b)** $m=4$, $n=5$, $k=\mathbf{10}$
c) $m=10$, $n=11$, $k=\mathbf{22}$ **d)** $m=11$, $n=12$, $k=\mathbf{24}$

1192. **a)** $m=3$, $n=4$, $k=\mathbf{6}$ **b)** $m=4$, $n=5$, $k=\mathbf{7}$
c) $m=10$, $n=11$, $k=\mathbf{13}$ **d)** $m=11$, $n=12$, $k=\mathbf{14}$