Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1227**, **1228** i **1229** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 177 (33/2018)

Piątek, 17 sierpnia 2018 r.

1227. Zapisz liczbę 846 używając cyfr 2, 3, 4 i 9 (każdej tylko raz).

1228. Zapisz liczbę 848 używając cyfr 2, 3, 4 i 9 (każdej tylko raz).

1229. Zapisz liczbę 852 używając cyfr 2, 3, 4 i 9 (każdej tylko raz). Podaj trzy istotnie różne rozwiązania.

Wakacyjny quiz Trapezu

1230. Dla podanej liczby p podaj liczbę q o następującej własności:
Jeżeli cena szczawiu najpierw wzrosła o $p\%$, a następnie zmalała o $p\%$, to w następstwie obu tych zmian zmalała o $q\%$.

a) $p=50$, $q=$ .... **b)** $p=60$, $q=$ ....

c) $p=70$, $q=$ .... **d)** $p=90$, $q=$ ....

1231. Dla podanej liczby p podaj liczbę q o następującej własności:
Jeżeli długości boków kwadratu zwiększymy o $p\%$, to jego pole zwiększy się o $q\%$.

a) $p=10$, $q=$ .... **b)** $p=50$, $q=$ ....

c) $p=100$, $q=$ .... **d)** $p=200$, $q=$ ....

1232. Dla podanej miary kąta α podaj zbiór wszystkich miar kąta β o następującej własności: Istnieje nierównoboczny trójkąt równoramienny, którego każdy kąt ma miarę α lub β.

a) $\alpha=10°$, $\beta\in\{$................$\}$ **b)** $\alpha=40°$, $\beta\in\{$................$\}$

c) $\alpha=80°$, $\beta\in\{$................$\}$ **d)** $\alpha=100°$, $\beta\in\{$................$\}$

1233. Dla podanej liczby k podaj taką liczbę całkowitą dodatnią n, że $k=2^{2^n}$.
Uwaga: Zgodnie z obowiązującą konwencją, w napisie typu a^{b^c} potęgowanie wykonuje się *od góry*, tzn. $a^{b^c}=a^{(b^c)}$.

a) $k=4^{4^{100}}$, $n=$ .... **b)** $k=4^{8^{100}}$, $n=$ ....

c) $k=16^{16^{100}}$, $n=$ .... **d)** $k=16^{32^{100}}$, $n=$ ....

1234. Dla podanych miar kąta α i β podaj takie miary kątów γ i δ, że na każdym czworokącie o kątach wewnętrznych α, β, γ i δ (w tej właśnie kolejności) można opisać okrąg.

a) $\alpha=1°$, $\beta=60°$, $\gamma=$ ...., $\delta=$ ....

b) $\alpha=3°$, $\beta=50°$, $\gamma=$ ...., $\delta=$ ....

c) $\alpha=9°$, $\beta=45°$, $\gamma=$ ...., $\delta=$ ....

d) $\alpha=81°$, $\beta=9°$, $\gamma=$ ...., $\delta=$ ....

1235. Dla podanych a, b zapisz w postaci przedziału obustronnie otwartego zbiór wszystkich takich liczb rzeczywistych c, że istnieje trójkąt o bokach długości a, b, c.

a) $a=10$, $b=20$, $c\in$ .... **b)** $a=20$, $b=21$, $c\in$ ....

c) $a=30$, $b=22$, $c\in$ .... **d)** $a=40$, $b=23$, $c\in$ ....

1236. Dla podanej liczby n podaj największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=4^{15}\cdot 2^{25}$, $k=$ .... **b)** $n=6^{40}\cdot 4^{15}$, $k=$ ....

c) $n=8^{20}\cdot 6^{50}$, $k=$ .... **d)** $n=10^{70}\cdot 8^{20}$, $k=$ ....

1237. Dla podanej liczby n podaj największą taką liczbę całkowitą dodatnią k, że liczba n jest podzielna przez 2^k.

a) $n=4^{15}+2^{25}$, $k=$ .... **b)** $n=6^{40}+4^{15}$, $k=$ ....

c) $n=8^{20}+6^{50}$, $k=$ .... **d)** $n=10^{70}+8^{20}$, $k=$ ....

Odpowiedzi do zadań 1216–1226

1216. $213=\sqrt{7!\cdot 9+9}$ **1217.** $223=\left(\left(\sqrt{9}\right)!\right)^{\sqrt{9}}+7$ **1218.** $243=\sqrt{\sqrt{9^{7+\sqrt{9}}}}=\frac{\sqrt{9^7}}{9}$

1219. **a)** $\log_{(9/4)}x>1$, $(\mathbf{9/4},\, +\infty)$
b) $\log_{(9/4)}x<2$, $(\mathbf{0},\, \mathbf{81/16})$
c) $\log_{(9/4)}x>-1$, $(\mathbf{4/9},\, +\infty)$
d) $\log_{(9/4)}x<-2$, $(\mathbf{0},\, \mathbf{16/81})$

1220. **a)** $\log_x(9/4)>1$, $(\mathbf{1},\, \mathbf{9/4})$
b) $\log_x(9/4)<2$, $(\mathbf{0},\, \mathbf{1})\cup(\mathbf{3/2},\, +\infty)$
c) $\log_x(9/4)>-1$, $(\mathbf{0},\, \mathbf{4/9})\cup(\mathbf{1},\, +\infty)$
d) $\log_x(9/4)<-2$, $(\mathbf{2/3},\, \mathbf{1})$

1221. **a)** $a=6$, $b=6$, $c=\mathbf{6}$ **b)** $a=8$, $b=8$, $c=\mathbf{4}$
c) $a=5$, $b=5$, $c=\mathbf{10}$ **d)** $a=4$, $b=6$, $c=\mathbf{12}$

1222. **a)** $3^{33}-2^{22}$, **23** **b)** $3^{33}+2^{22}$, **31**
c) $3^{303}-2^{404}$, **11** **d)** $3^{303}+2^{404}$, **43**

1223. **a)** $k=2$, **4000** **b)** $k=3$, **6000**
c) $k=4$, **4000** **d)** $k=5$, **6000**

1224. **a)** $\sphericalangle A_1A_2A_7=\mathbf{174}^\circ$ **b)** $\sphericalangle A_1A_4A_7=\mathbf{174}^\circ$
c) $\sphericalangle A_1A_{11}A_7=\mathbf{6}^\circ$ **d)** $\sphericalangle A_1A_7A_{11}=\mathbf{170}^\circ$

1225. **a)** $n=3$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{15}^\circ$ **b)** $n=5$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{9}^\circ$
c) $n=6$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{15}^\circ$ **d)** $n=9$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{25}^\circ$

1226. **a)** $n=4$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{15}^\circ$ **b)** $n=5$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{6}^\circ$
c) $n=9$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{10}^\circ$ **d)** $n=12$, $\sphericalangle A_2BA_3=\mathbf{15}^\circ$