Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 178 (34/2018)
Piątek, 24 sierpnia 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1238**, **1239** i **1240** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1238. Zapisz liczbę 516 używając cyfr 5, 6, 7 i 9 (każdej tylko raz).

1239. Zapisz liczbę 518 używając cyfr 5, 6, 7 i 9 (każdej tylko raz).

1240. Zapisz liczbę 529 używając cyfr 5, 6, 7 i 9 (każdej tylko raz).

Wakacyjny quiz Trapezu

1241. Zapisz zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używaj różnicy zbiorów).

a) $\sqrt{x^2}<1$, ...

b) $\sqrt{x^2+2x+1}<3$, ...

c) $\sqrt{x^2+4x+4}>5$, ...

d) $\sqrt{x^2-2x+1}>7$, ...

1242. Zapisz zbiór rozwiązań podanej nierówności w postaci przedziału lub uporządkowanej sumy przedziałów (nie używaj różnicy zbiorów).

a) $\log_5 x<2$, ... **b)** $\log_3 x<-3$, ...

c) $\log_2 x>5$, ... **d)** $\log_6 x>-2$, ...

1243. Dla podanej liczby x podaj liczbę całkowitą n, dla której prawdziwe są nierówności $n<\frac{1}{x}<n+1$.

a) $x=\sqrt{10}-3$, $n=$ .... **b)** $x=\sqrt{23}-\sqrt{21}$, $n=$ ....

c) $x=\sqrt{35}-6$, $n=$ .... **d)** $x=\sqrt{86}-\sqrt{83}$, $n=$ ....

1244. Dla podanej miary kąta β podaj dodatnią miarę kąta $\alpha<90^\circ$, dla której zachodzi równość $\cos\alpha=\sin(\alpha+\beta)$.

a) $\beta=10^\circ$, $\alpha=$ .... **b)** $\beta=20^\circ$, $\alpha=$ ....

c) $\beta=30^\circ$, $\alpha=$ .... **d)** $\beta=60^\circ$, $\alpha=$ ....

1245. Liczbę całkowitą dodatnią p nazwiemy *dobrą*, jeżeli liczba 666! (666 silnia) ma dzielnik, który stanowi jej p%. Dla podanej liczby q podaj najmniejszą *dobrą* liczbę p większą od q.

a) $q=22$, $p=$ .... **b)** $q=32$, $p=$ ....

c) $q=55$, $p=$ .... **d)** $q=65$, $p=$ ....

1246. Zapisz rozwiązanie x podanego równania w postaci liczby całkowitej lub ułamka nieskracalnego.

a) $\log_2 x=1+\log_2 25$, $x=$ .... **b)** $\log_3 x=1+\log_3 15$, $x=$ ....

c) $\log_3 x=2+\log_3 11$, $x=$ .... **d)** $\log_2 x=3+\log_2 11$, $x=$ ....

1247. Podaj najmniejszą wartość funkcji $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ zdefiniowanej podanym wzorem.

a) $f(x)=x^4+2x^2+2$, ... **b)** $f(x)=x^6+2x^3+2$, ...

c) $f(x)=x^8+4x^4+7$, ... **d)** $f(x)=x^{10}+4x^5+7$, ...

1248. Dany jest taki 11-wyrazowy ciąg geometryczny $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{11}$, że $a_1+a_2=a_3$. Dla podanych m,n wskaż takie k, że $a_m+a_n=a_k$.

a) $m=2$, $n=3$, $k=$ .... **b)** $m=3$, $n=4$, $k=$ ....

c) $m=4$, $n=5$, $k=$ .... **d)** $m=5$, $n=6$, $k=$ ....

1249. Dla podanej trójki miar kątów α,β,γ podaj najmniejszą liczbę naturalną $n\geqslant 3$ taką, że pewne trzy wierzchołki n-kąta foremnego są wierzchołkami trójkąta o kątach α,β,γ.

a) $\alpha=40°$, $\beta=60°$, $\gamma=80°$, $n=$ ....

b) $\alpha=36°$, $\beta=72°$, $\gamma=72°$, $n=$ ....

c) $\alpha=20°$, $\beta=50°$, $\gamma=110°$, $n=$ ....

d) $\alpha=45°$, $\beta=63°$, $\gamma=72°$, $n=$ ....

Odpowiedzi do zadań 1227–1237

1227. $846=94\cdot 3^2$

1228. $848=(3!)!+\sqrt{4^{9-2}}$

1229. $852=\sqrt{9!\cdot 2+3!\cdot 4!}=(3!\cdot 4!-2)\cdot\left(\sqrt{9}\right)!=(3!)!+(4!-2)\cdot\left(\sqrt{9}\right)!$

1230. **a)** $p=50$, $q=\mathbf{25}$ **b)** $p=60$, $q=\mathbf{36}$
c) $p=70$, $q=\mathbf{49}$ **d)** $p=90$, $q=\mathbf{81}$

1231. **a)** $p=10$, $q=\mathbf{21}$ **b)** $p=50$, $q=\mathbf{125}$
c) $p=100$, $q=\mathbf{300}$ **d)** $p=200$, $q=\mathbf{800}$

1232. **a)** $\alpha=10°$, $\beta\in\{\mathbf{85°},\mathbf{160°}\}$ **b)** $\alpha=40°$, $\beta\in\{\mathbf{70°},\mathbf{100°}\}$
c) $\alpha=80°$, $\beta\in\{\mathbf{20°},\mathbf{50°}\}$ **d)** $\alpha=100°$, $\beta\in\{\mathbf{40°}\}$

1233. **a)** $k=4^{4^{100}}$, $n=\mathbf{201}$ **b)** $k=4^{8^{100}}$, $n=\mathbf{301}$
c) $k=16^{16^{100}}$, $n=\mathbf{402}$ **d)** $k=16^{32^{100}}$, $n=\mathbf{502}$

1234. **a)** $\alpha=1°$, $\beta=60°$, $\gamma=\mathbf{179°}$, $\delta=\mathbf{120°}$
b) $\alpha=3°$, $\beta=50°$, $\gamma=\mathbf{177°}$, $\delta=\mathbf{130°}$
c) $\alpha=9°$, $\beta=45°$, $\gamma=\mathbf{171°}$, $\delta=\mathbf{135°}$
d) $\alpha=81°$, $\beta=9°$, $\gamma=\mathbf{99°}$, $\delta=\mathbf{171°}$

1235. **a)** $a=10$, $b=20$, $c\in\mathbf{(10,30)}$ **b)** $a=20$, $b=21$, $c\in\mathbf{(1,41)}$
c) $a=30$, $b=22$, $c\in\mathbf{(8,52)}$ **d)** $a=40$, $b=23$, $c\in\mathbf{(17,63)}$

1236. **a)** $n=4^{15}\cdot 2^{25}$, $k=\mathbf{55}$ **b)** $n=6^{40}\cdot 4^{15}$, $k=\mathbf{70}$
c) $n=8^{20}\cdot 6^{50}$, $k=\mathbf{110}$ **d)** $n=10^{70}\cdot 8^{20}$, $k=\mathbf{130}$

1237. **a)** $n=4^{15}+2^{25}$, $k=\mathbf{25}$ **b)** $n=6^{40}+4^{15}$, $k=\mathbf{30}$
c) $n=8^{20}+6^{50}$, $k=\mathbf{50}$ **d)** $n=10^{70}+8^{20}$, $k=\mathbf{60}$