Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 192 (48/2018)

Piątek, 30 listopada 2018 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1404–1413** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań. **Podaj możliwie dużo rozwiązań.**

1404. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 0, 1, 2 i 8 (każdej tylko raz).

1405. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 1, 3, 5 i 5.

1406. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 2, 3 i 3.

1407. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 2, 3 i 4 (każdej tylko raz).

1408. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 2, 3, 7 i 7.

1409. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 2, 4, 7 i 7.

1410. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 3, 3 i 4.

1411. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 3, 5, 6 i 6.

1412. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 4, 4 i 7.

1413. Zapisz liczbę 192 używając cyfr 3, 7, 7, 7 i 9.

Podziały figur

1414. Podziel trójkąt o kątach 36°, 36° i 108° na dwa trójkąty równoramienne.

1415. Podziel trójkąt o kątach 36°, 72° i 72° na dwa trójkąty równoramienne.

1416. Podziel trójkąt o kątach 35°, 70° i 75° na dwa trójkąty równoramienne.

Rozwiązania zadań 1395–1403

1395. $191=5!+\sqrt{7!+0!}$ **1396.** $191=\dfrac{(3!)!}{4}+11$ **1397.** $191=\sqrt{5^6}+66$

1398. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej $n\geqslant 2$ zachodzi nierówność

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^3<1+\frac{5}{n}\,.$$

Ponieważ $n\geqslant 2$, skąd $n^2<n^3$ oraz $2n\leqslant n^2$, po zastosowaniu wzoru na sześcian sumy możemy dokonać następującego szacowania:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^3=1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{1}{n^3}<1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{1}{n^2}=1+\frac{3}{n}+\frac{4}{n^2}\leqslant 1+\frac{3}{n}+\frac{4}{2n}=1+\frac{3}{n}+\frac{2}{n}=1+\frac{5}{n}\,.$$

1399. Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej $n\geqslant 4$ zachodzi nierówność

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^3<1+\frac{4}{n}\,.$$

Ponieważ $n\geqslant 4$, skąd $n^2<n^3$ oraz $4n\leqslant n^2$, po zastosowaniu wzoru na sześcian sumy możemy dokonać następującego szacowania:

$$\left(1+\frac{1}{n}\right)^3=1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{1}{n^3}<1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{1}{n^2}=1+\frac{3}{n}+\frac{4}{n^2}\leqslant 1+\frac{3}{n}+\frac{4}{4n}=1+\frac{3}{n}+\frac{1}{n}=1+\frac{4}{n}\,.$$

Wyznacz wszystkie liczby całkowite dodatnie n, dla których podana nierówność jest prawdziwa.

1400. $n^2+n<100$

Ponieważ wyrażenie po lewej stronie nierówności rośnie wraz z n, a ponadto

$$9^2+9=90<100<110=10^2+10\,,$$

dana nierówność jest spełniona dla $n \leqslant 9$.

1401. $n^4 + n^3 < 1000$

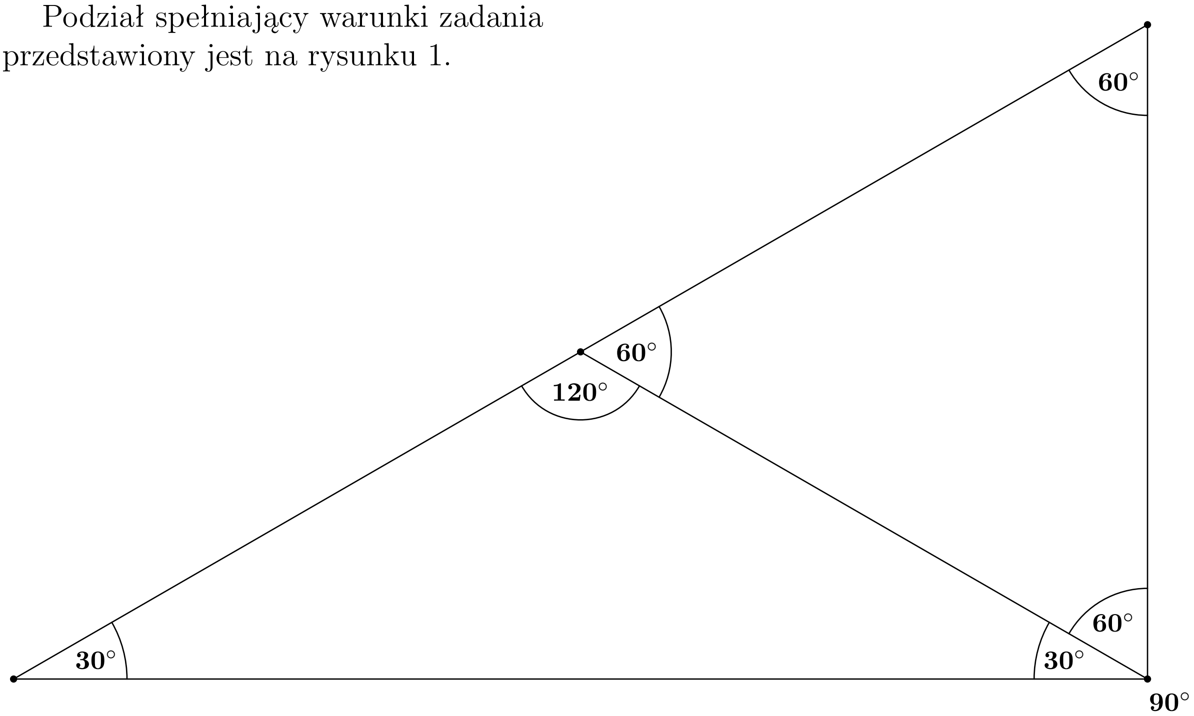
Ponieważ wyrażenie po lewej stronie nierówności rośnie wraz z n, a ponadto

$$5^4 + 5^3 = 750 < 1000 < 1296 = 6^4 < 6^4 + 6^3 \,,$$

dana nierówność jest spełniona dla $n \leqslant 5$.

1402. Podziel trójkąt o kątach 30°, 60° i 90° na dwa trójkąty równoramienne (trójkąt równoboczny uważamy za szczególny przypadek trójkąta równoramiennego).

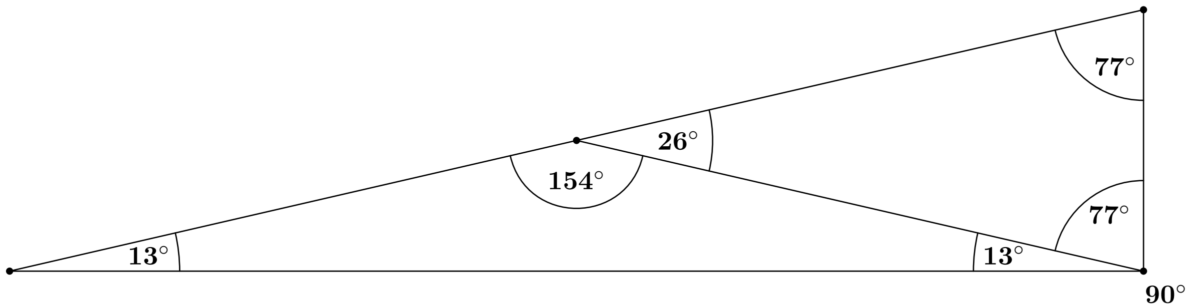
Podział spełniający warunki zadania przedstawiony jest na rysunku 1.



rys. 1

1403. Podziel trójkąt o kątach 13°, 77° i 90° na dwa trójkąty równoramienne.

Podział spełniający warunki zadania przedstawiony jest na rysunku 2.



rys. 2

Uwaga: Analogicznie można podzielić na dwa trójkąty równoramienne dowolny trójkąt prostokątny.