

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1464**, **1465** i **1466** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1464. Zapisz liczbę 15 używając cyfr 5, 5 i 7.

1465. Zapisz liczbę 37 używając cyfr 5, 5 i 7.

1466. Zapisz liczbę 45 używając cyfr 5, 5 i 7.

Twierdzenie Pitagorasa

1467. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym

$$AB = CD = 2, \quad BC = 1, \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle ACD = 90^\circ.$$

Oblicz długość boku AD .

1468. W czworokącie wypukłym o bokach długości a, b, c, d (w tej kolejności) przyległe są prostopadłe. Udowodnij, że sumy kwadratów długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe, tzn.

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$

Rozwiązania zadań 1456–1463

1456. $21 = 6 + \frac{5!}{8}$

1457. $95 = \frac{6!}{8} + 5$

1458. $96 = 8 \cdot \sqrt{\frac{6!}{5}}$

1459. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 35, a przeciwprostokątna 37. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.

Niech $a = 35$, b oraz $c = 37$ będą odpowiednio przyprostokątnymi oraz przeciwprostokątną danego trójkąta prostokątnego.

Wówczas z twierdzenia Pitagorasa wynika równość

$$b^2 = c^2 - a^2 = 37^2 - 35^2 = (37 - 35) \cdot (37 + 35) = 2 \cdot 72 = 144 = 12^2,$$

skąd $b = 12$.

Odpowiedź: Druga przyprostokątna ma długość 12.

1460. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość $4n^2 - 1$, a przeciwprostokątna $4n^2 + 1$. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.

Niech $a = 4n^2 - 1$, b oraz $c = 4n^2 + 1$ będą odpowiednio przyprostokątnymi oraz przeciwprostokątną danego trójkąta prostokątnego.

Wówczas z twierdzenia Pitagorasa wynika równość

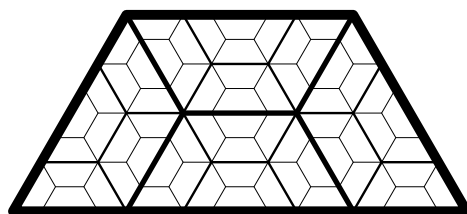
$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 - a^2 = (4n^2 + 1)^2 - (4n^2 - 1)^2 = \\ &= (4n^2 + 1 - 4n^2 + 1) \cdot (4n^2 + 1 + 4n^2 - 1) = 2 \cdot (8n^2) = 16n^2 = (4n)^2, \end{aligned}$$

skąd $b = 4n$.

Odpowiedź: Druga przyprostokątna ma długość $4n$.

1461. W trapezie o wysokości 12 ramiona mają długości 15 i 20, a dolna podstawa ma długość 60. Jak jest długość górnej podstawy?

Oznaczmy przez A, B, C i D wierzchołki trapezu jak na rysunku 1, a przez E i F spodki wysokości opuszczonych na podstawę AB odpowiednio z wierzchołków C i D .



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

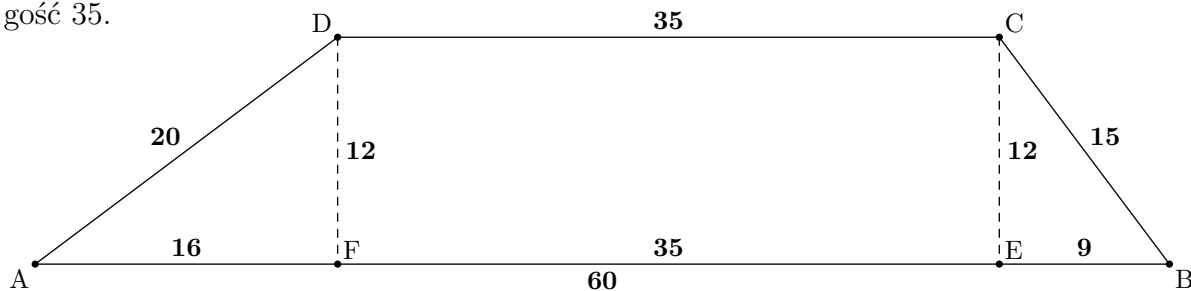
TRAPEZ

Nr 199 (3/2019)

Piątek, 18 stycznia 2019 r.



Z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkątów prostokątnych BCE i ADF otrzymujemy odpowiednio $EB = 9$ i $AF = 16$, skąd górna podstawa trapezu ma długość 35.

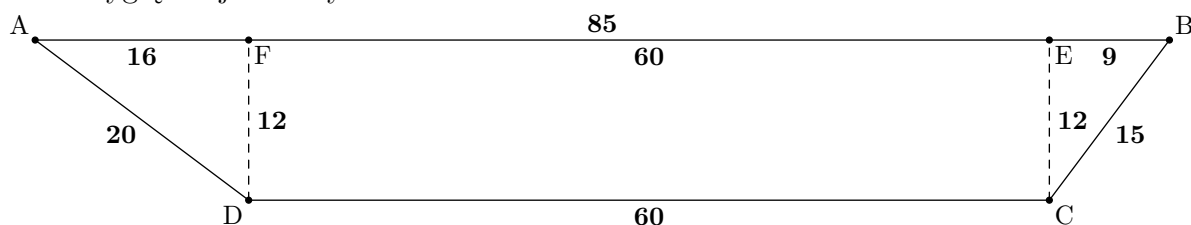


rys. 1

Odpowiedź: Górna podstawa trapezu ma długość 35.

1462. Jeśli w poprzednim zadaniu wyszło Ci, że długość górnej podstawy jest jednoznacznie wyznaczona z warunków zadania, rozwiąż je ponownie, tym razem poprawnie.

A kto powiedział, że dolna podstawa trapezu jest dłuższa od górnej? Przecież trapez może wyglądać jak na rysunku 2.

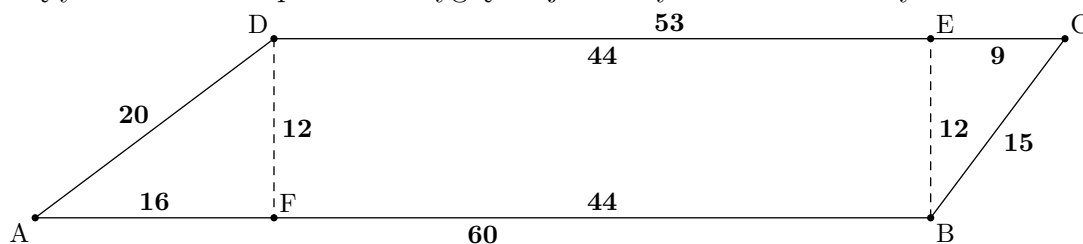


rys. 2

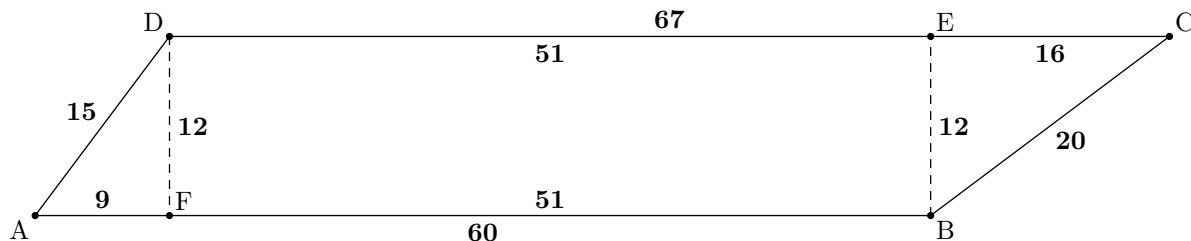
Odpowiedź: Górna podstawa trapezu może mieć długość 35 lub 85.

1463. Jeśli teraz wyszło Ci, że długość górnej podstawy może przyjmować jedną z dwóch wartości, rozwiąż zadanie jeszcze raz, tym razem naprawdę poprawnie.

A kto powiedział, że przy jednej podstawie trapezu są dwa kąty ostre, a przy drugiej dwa kąty rozwarte? Trapez może wyglądać jak na rysunku 3 lub na rysunku 4.



rys. 3



rys. 4

Odpowiedź: Górna podstawa trapezu może mieć jedną z następujących czterech długości: 35, 53, 67, 85.

