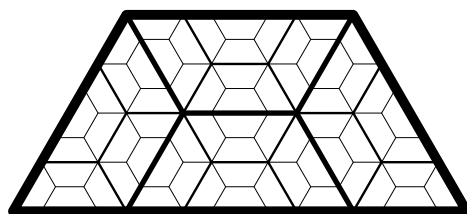


Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach 1469–1474 oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1469. Zapisz liczbę 200 używając cyfr 3, 3 i 5.
1470. Zapisz liczbę 200 używając cyfr 2, 4, 6 i 6.
1471. Zapisz liczbę 200 używając cyfr 3, 4, 6 i 7 (każdej tylko raz).
1472. Zapisz liczbę 200 używając cyfr 3, 4, 7 i 7.
1473. Zapisz liczbę 200 używając cyfr 5, 5, 6 i 7.
1474. Zapisz liczbę 200 używając czterech czwórek. Podaj możliwie dużo rozwiązań.



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 200 (4/2019)

Piątek, 25 stycznia 2019 r.

Twierdzenie Pitagorasa

1475. Dwa boki trójkąta mają długości 3 i 8, a kąt między nimi ma 60° . Oblicz długość trzeciego boku.

1476. Dwa boki trójkąta mają długości 5 i 8, a kąt między nimi ma 60° . Oblicz długość trzeciego boku.

Rozwiązania zadań 1464–1468

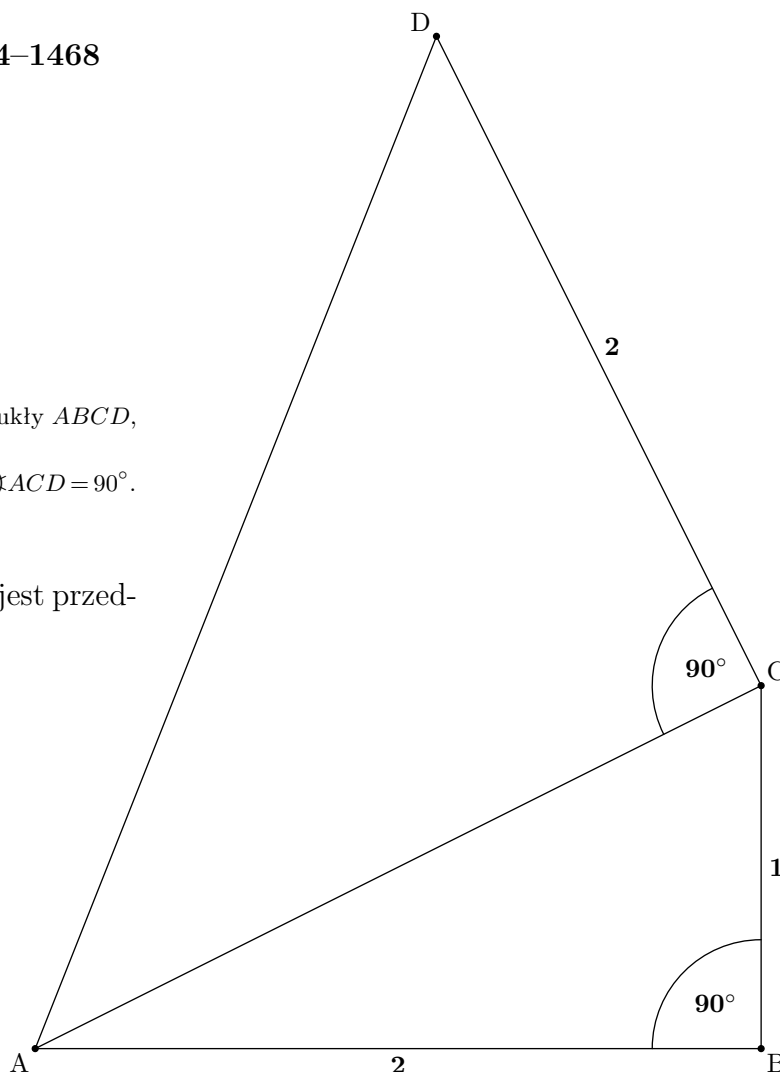
1464. $15 = \frac{75}{5}$

1465. $37 = \frac{7!}{5!} - 5$

1466. $45 = 5! - 75$

1467. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym
 $AB = CD = 2$, $BC = 1$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACD = 90^\circ$.
Oblicz długość boku AD .

Dany w zadaniu czworokąt jest przedstawiony na rysunku 1.



rys. 1



Zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do trójkątów prostokątnych ABC i ACD prowadzi odpowiednio do równości

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \quad \text{oraz} \quad AC^2 + CD^2 = AD^2,$$

skąd

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 = 2^2 + 1^2 + 2^2 = 4 + 1 + 4 = 9 = 3^2.$$

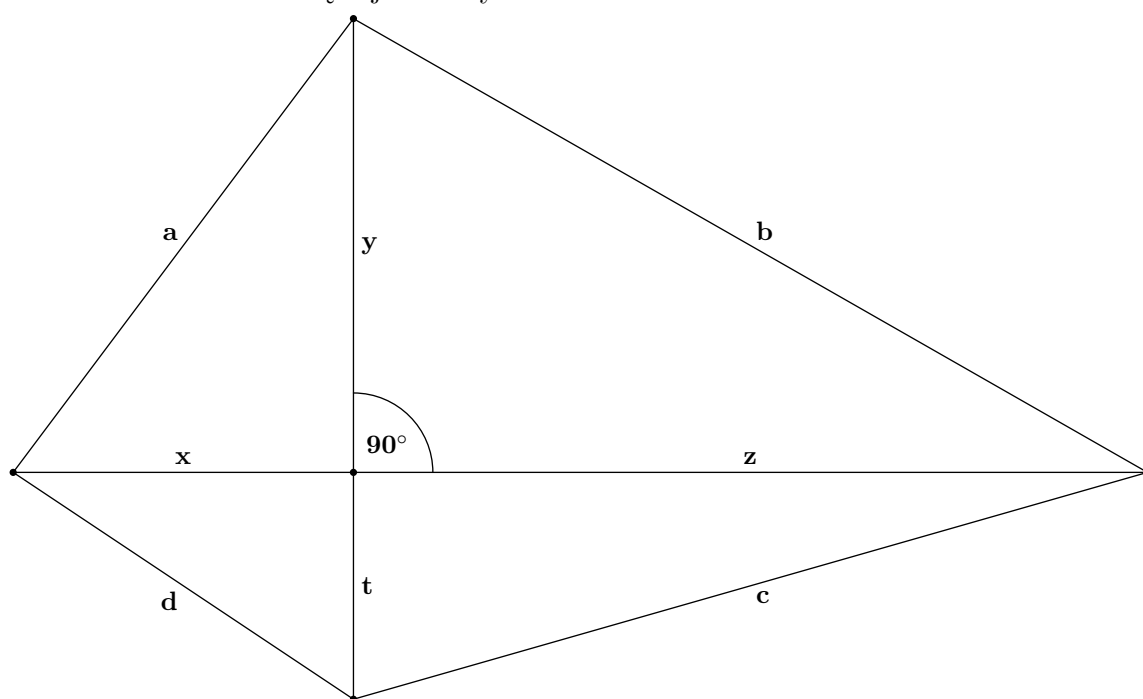
Zatem $AD = 3$.

Odpowiedź: Bok AD ma długość 3.

1468. W czworokącie wypukłym o bokach długości a, b, c, d (w tej kolejności) przekątne są prostopadłe. Udowodnij, że sumy kwadratów długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe, tzn.

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2.$$

Oznaczmy przez x, y, z, t długości odcinków łączących punkt przecięcia przekątnych z wierzchołkami czworokąta jak na rysunku 2.



rys. 2

Wówczas zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do czterech trójkątów prostokątnych daje

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad y^2 + z^2 = b^2, \quad z^2 + t^2 = c^2, \quad t^2 + x^2 = d^2,$$

skąd

$$a^2 + c^2 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2$$

oraz

$$b^2 + d^2 = x^2 + y^2 + z^2 + t^2.$$

Zatem

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2,$$

co należało udowodnić.

