Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1477**, **1478** i **1479** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1477. Zapisz liczbę 201 używając cyfr 8, 9 i 9.

1478. Zapisz liczbę 208 używając cyfr 8, 9 i 9.

1479. Zapisz liczbę 256 używając cyfr 8, 9 i 9.

Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 201 (5/2019)
Piątek, 1 lutego 2019 r.

Twierdzenie Pitagorasa

1480. Dwa boki trójkąta mają długości 3 i 5, a kąt między nimi ma 120°. Oblicz długość trzeciego boku.

1481. W trójkącie o bokach długości a, b i c kąt między bokami długości a i b ma 60°. Wyprowadź zależność pozwalającą wyliczyć c przy znanych a i b.

Rozwiązania zadań 1469–1476

1469. $200=\dfrac{(3!)!-5!}{3}$ **1470.** $200=\sqrt{6^6}-2^4$ **1471.** $200=\dfrac{7!-\frac{6!}{3}}{4!}=\dfrac{6!-\left(7-\sqrt{4}\right)!}{3}$

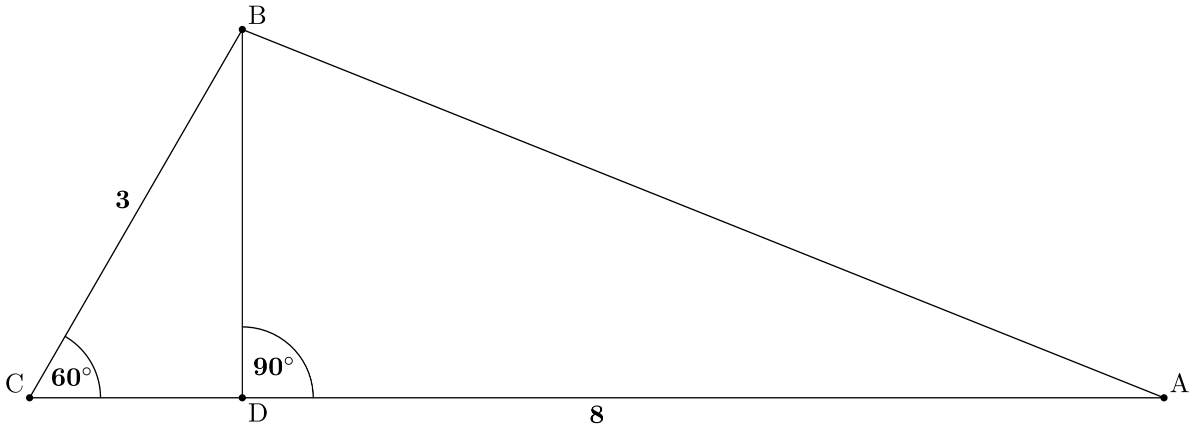
1472. $200=\dfrac{7!}{4!}-7-3$ **1473.** $200=\sqrt{5^6}+75$ Drugie rozwiązanie zadania **1471** podał Adam Dzedzej.

1474. $200=(4!\cdot4+4)\cdot\sqrt{4}=\dfrac{(4!-4)^{\sqrt{4}}}{\sqrt{4}}=\left(4!+4!+\sqrt{4}\right)\cdot4=\left(4!\cdot\sqrt{4}+\sqrt{4}\right)\cdot4=44\cdot4+4!$

Ostatnie rozwiązanie zadania **1474** podał Władysław Daleczko.

1475. Dwa boki trójkąta mają długości 3 i 8, a kąt między nimi ma 60°. Oblicz długość trzeciego boku.

Oznaczmy wierzchołki trójkąta jak na rysunku 1 i opuśćmy wysokość z wierzchołka B na podstawę AC.



rys. 1

Wówczas trójkąt BCD ma kąty 30°, 60° i 90°, jest więc połową trójkąta równobocznego. Wobec tego jego bok CD leżący naprzeciwko kąta 30° ma długość równą połowie boku BC leżącego naprzeciwko kąta prostego. Zatem $CD=3/2$ i w konsekwencji $AD=13/2$.

Stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkątów prostokątnych BCD i ABD otrzymujemy odpowiednio

$$BD^2 = BC^2 - CD^2 = 3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 9 - \frac{9}{4} = \frac{27}{4}$$

oraz

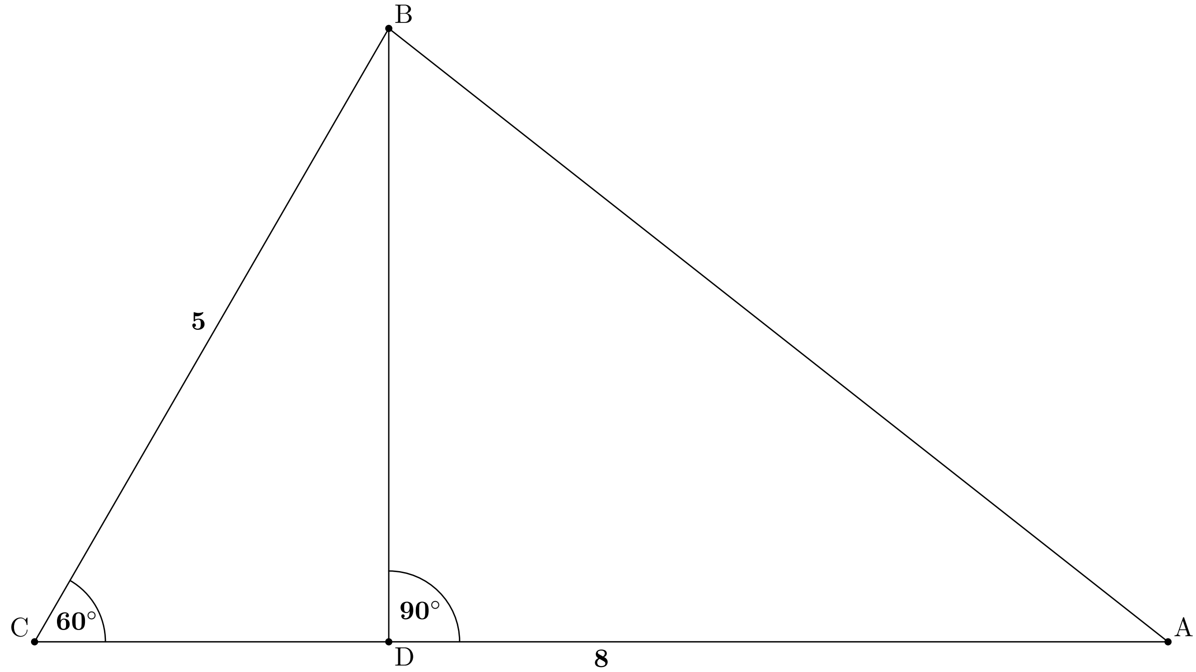
$$AB^2 = BD^2 + AD^2 = \frac{27}{4} + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = \frac{27+169}{4} = \frac{196}{4} = 49 = 7^2\,.$$

W konsekwencji $AB = 7$.

Odpowiedź: Trzeci bok trójkąta ma długość 7.

1476. Dwa boki trójkąta mają długości 5 i 8, a kąt między nimi ma 60°. Oblicz długość trzeciego boku.

Oznaczmy wierzchołki trójkąta jak na rysunku 2 i opuśćmy wysokość z wierzchołka B na podstawę AC.



rys. 2

Wówczas trójkąt BCD ma kąty 30°, 60° i 90°, jest więc połową trójkąta równobocznego. Wobec tego jego bok CD leżący naprzeciwko kąta 30° ma długość równą połowie boku BC leżącego naprzeciwko kąta prostego. Zatem $CD = 5/2$ i w konsekwencji $AD = 11/2$.

Stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkątów prostokątnych BCD i ABD otrzymujemy odpowiednio

$$BD^2 = BC^2 - CD^2 = 5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4}$$

oraz

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 = \frac{75}{4} + \left(\frac{11}{2}\right)^2 = \frac{75+121}{4} = \frac{196}{4} = 49 = 7^2\,.$$

W konsekwencji $AB = 7$.

Odpowiedź: Trzeci bok trójkąta ma długość 7.