Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 204 (8/2019)
Piątek, 22 lutego 2019 r.

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1493**, **1494** i **1495** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

1493. Zapisz liczbę 65 używając cyfr 8, 9 i 9.

1494. Zapisz liczbę 66 używając cyfr 8, 9 i 9.

1495. Zapisz liczbę 67 używając cyfr 8, 9 i 9.

Twierdzenie Pitagorasa

1496. W rombie o boku długości 5 jedna z przekątnych ma długość 6. Oblicz pole tego rombu.

Niezmienniki

1497. W każdym polu prostokątnej tablicy o wymiarach 8×9 napisano liczbę całkowitą dodatnią. Udowodnij, że w pewnym rzędzie poziomym lub pionowym suma napisanych liczb jest parzysta.

Rozwiązania zadań 1488–1492

1488. $46=9\cdot\left(\sqrt{9}\right)!-8$ **1489.** $60=\sqrt{\left(\left(\sqrt{9}\right)!\right)!\cdot\left(8-\sqrt{9}\right)}$ **1490.** $88=\dfrac{\left(\left(\sqrt{9}\right)!\right)!}{9}+8$

1491. Wiadomo, że w trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A ma 60°, a ponadto $AB=15$ oraz $BC=13$. Podaj dwie możliwe wartości, jakie może przyjmować długość boku AC.

Rozważmy trójkąt o bokach długości 7 i 15 oraz kącie między nimi równym 60°, z wierzchołkami oznaczonymi jak na rysunku 1. Na podstawie zadania **1481** wiemy, że

$$BC^2=AB^2-AB\cdot AC+AC^2=15^2-15\cdot 7+7^2=225-105+49=169=13^2\,,$$

skąd $BC=13$.

Analogicznie rozważamy trójkąt o bokach długości 8 i 15 oraz kącie między nimi równym 60°, z wierzchołkami oznaczonymi jak na rysunku 2. Na podstawie zadania **1481** wiemy, że

$$BC^2=AB^2-AB\cdot AC+AC^2=15^2-15\cdot 8+8^2=225-120+64=169=13^2\,,$$

skąd $BC=13$.

Odpowiedź: Trzeci bok trójkąta może mieć długość 7 lub 8.

1492. Dany jest deltoid wypukły $ABCD$, w którym $AB=BC=3$ oraz $CD=DA=4$, a ponadto kąty przy wierzchołkach A i C są proste. Oblicz długość przekątnej AC.

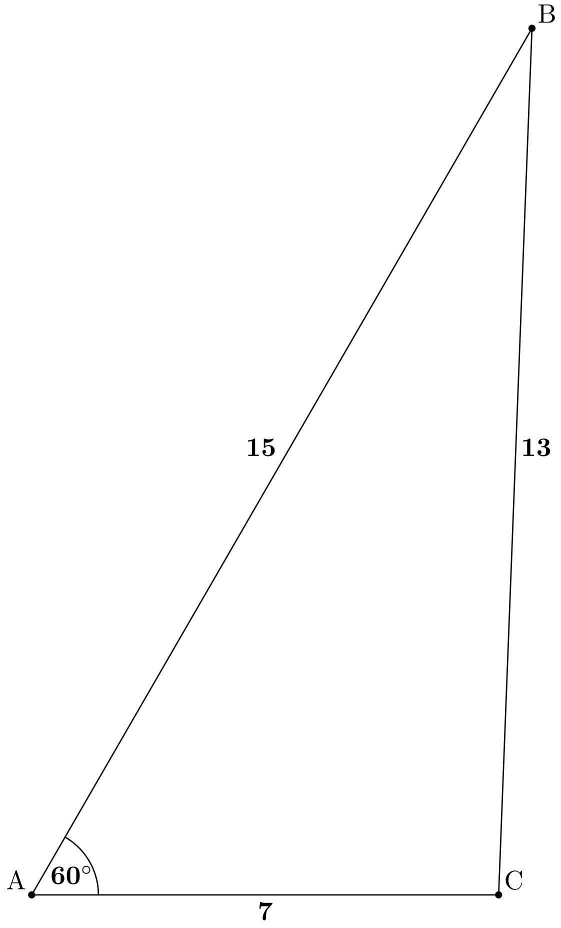
Ponieważ trójkąty ABD i BCD są prostokątne (rys. 3), z twierdzenia Pitagorasa wynika, że długość przekątnej BD jest równa 5.

Pole każdego z trójkątów ABD i BCD jest równe 6, a zatem pole deltoidu jest równe 12. Ponieważ pole czworokąta o prostopadłych przekątnych jest równe połowie iloczynu długości tych przekątnych, otrzymujemy równanie

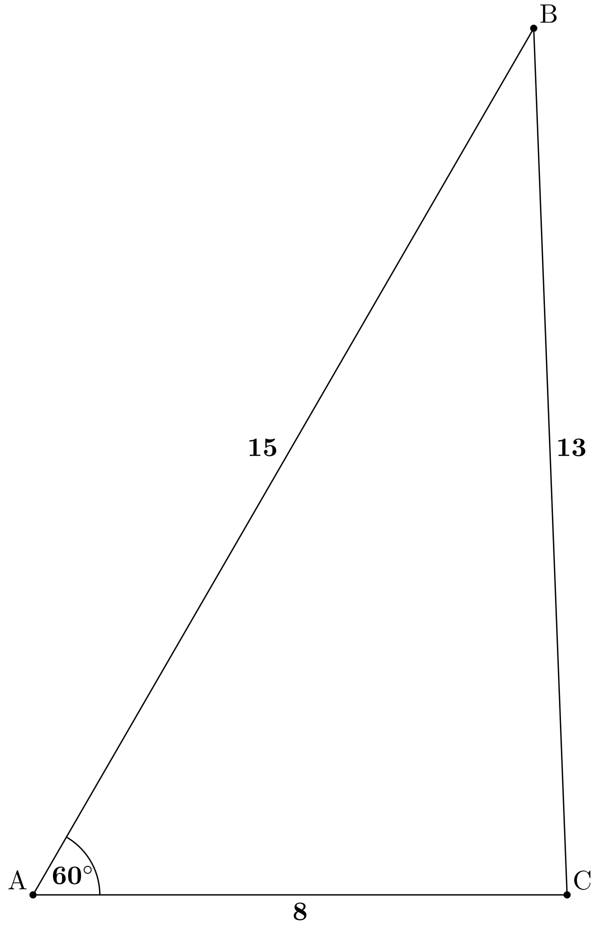
$$12=\frac{AC\cdot BD}{2}=\frac{5}{2}\cdot AC\,,$$

skąd $AC=24/5$.

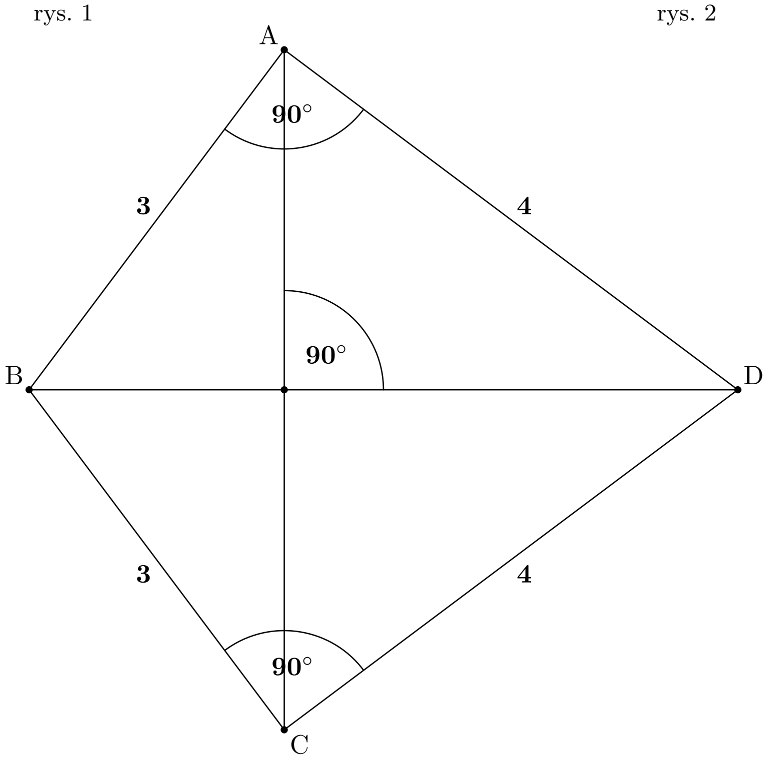
Odpowiedź: Długość przekątnej AC jest równa $24/5$.



rys. 1



rys. 2



rys. 3