

Łamigłówki i zadania na weekend

W łamigłówkach **1498-1511** oprócz tworzenia liczb z podanych cyfr wolno użyć w dowolnej ilości pięciu działań (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie), silni, pierwiastka kwadratowego oraz nawiasów dla oznaczenia kolejności działań.

Podaj możliwie dużo rozwiązań.

1498. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 2, 4, 5 i 9 (każdej tylko raz).

1499. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 2, 5, 5 i 6.

1500. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 2, 2, 3 i 4.

1501. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 5, 6, 6 i 6.

1502. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 4, 6, 6 i 8.

1503. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 3, 4, 5 i 7 (każdej tylko raz).

1504. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 3, 5, 6 i 7 (każdej tylko raz).

1505. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 1, 2, 4 i 5. (każdej tylko raz)

1506. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 4, 6, 7 i 7.

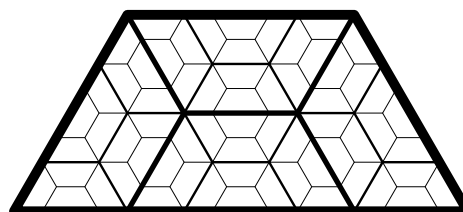
1507. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 3, 4, 6 i 7 (każdej tylko raz).

1508. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 3, 4, 6 i 9 (każdej tylko raz).

1509. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 4, 5, 7 i 8 (każdej tylko raz).

1510. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 4, 5, 7 i 9 (każdej tylko raz).

1511. Zapisz liczbę 1500 używając cyfr 4, 4, 6 i 6.



Autorski Tygodnik Matematyczny
JAROSŁAWA WRÓBLEWSKIEGO

TRAPEZ

Nr 205 (9/2019)

Piątek, 1 marca 2019 r.

Niezmienniki

1512. W każdym polu kwadratowej tablicy o wymiarach 9×9 znajduje się żarówka. Na każdej wewnętrznej krawędzi (tzn. wspólnym boku dwóch pól) znajduje się przełącznik, który zmienia stan (zgaszona/zapalona) żarówek na obu polach sąsiadujących z tą krawędzią. Początkowo jedna żarówka jest zapalona, a pozostałe zgaszone. Udowodnij, że korzystając z dostępnych przełączników, nie można doprowadzić do stanu, w którym wszystkie żarówki są zgaszone.

1513. Dany jest 13-kąt foremny. Czy można w taki sposób narysować niektóre przekątne tego 13-kąta, aby z każdego jego wierzchołka wychodziły dokładnie trzy narysowane przekątne?

1514. Na potrzeby tego zadania zbiór składający się z co najmniej trzech liczb całkowitych dodatnich nazwiemy *idealnym*, jeżeli największa liczba do niego należąca jest sumą jego pozostałych elementów. Na przykład zbiór $\{1, 2, 3\}$ jest idealny, bo $3 = 1 + 2$. Wyznacz najmniejszą liczbę naturalną $n > 3$, dla której zbiór $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ można podzielić na zbiory idealne.

1515. Na tablicy napisano liczby od 1 do 100. W pojedynczym ruchu możemy wybrać dwie liczby aktualnie napisane na tablicy, powiedzmy a i b , zmazać je, a zamiast nich napisać liczby $a + 1$ i $b - 1$. Czy wykonując dozwolone ruchy można doprowadzić do tego, że wszystkie liczby napisane na tablicy będą równe?

1516. Na tablicy napisano liczby od 1 do 50. W pojedynczym ruchu możemy wybrać dwie liczby aktualnie napisane na tablicy, powiedzmy a i b , zmazać je, a zamiast nich napisać liczbę $|a - b|$. Wykonujemy dozwolone ruchy tak długo, aż na tablicy pozostanie jedna liczba. Czy może to być liczba 0?



Rozwiązania zadań 1493–1497

$$1493. 65 = \frac{8!}{((\sqrt{9})!)!} + 9$$

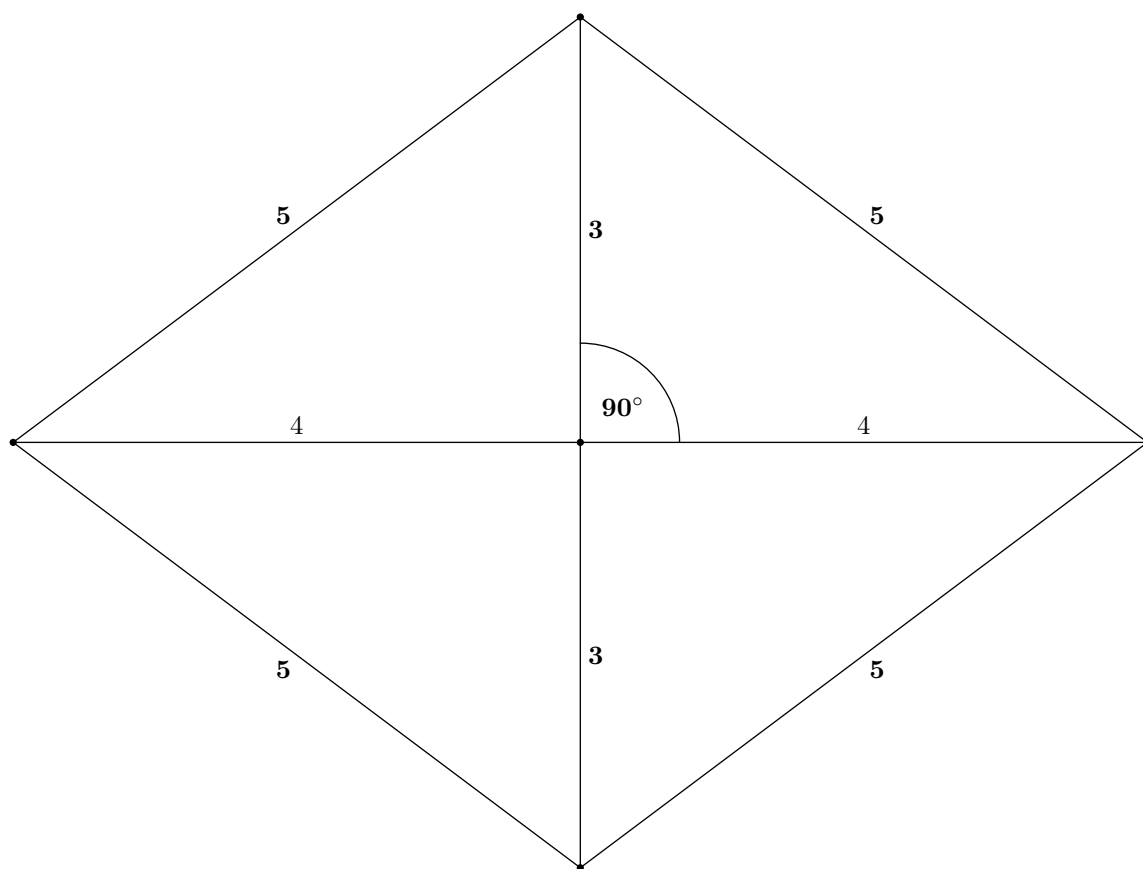
$$1494. 66 = 8 \cdot 9 - (\sqrt{9})! = (8 + \sqrt{9}) \cdot (\sqrt{9})!$$

$$1495. 67 = \sqrt{\frac{8!}{9}} + 9$$

Drugie rozwiązanie zadania 1494 podał Wojtek Łach.

1496. W rombie o boku długości 5 jedna z przekątnych ma długość 6. Oblicz pole tego rombu.

Przekątne dzielą romb na cztery trójkąty prostokątne o przeciwprostokątnej długości 5 i jednej z przyprostokątnych długości 3 (rys. 1). Z twierdzenia Pitagorasa wynika, że drugie przyprostokątne tych trójkątów mają długość 4, a w konsekwencji druga przekątna rombu ma długość 8. Pole rombu jest równe połowie iloczynu długości przekątnych, czyli $6 \cdot 8 / 2 = 24$.



rys. 1

Odpowiedź: Pole rombu jest równe 24.

1497. W każdym polu prostokątnej tablicy o wymiarach 8×9 napisano liczbę całkowitą dodatnią. Udowodnij, że w pewnym rzędzie poziomym lub pionowym suma napisanych liczb jest parzysta.

Gdyby w każdym z 17 rzędów (poziomych i pionowych) suma liczb była nieparzysta, to nieparzysta byłaby suma wszystkich tych 17 sum. Jednak suma ta jest podwojoną sumą wszystkich liczb wpisanych w pola tablicy, jest więc parzysta.

