

ANALIZA MATEMATYCZNA 3. LISTA ZADAŃ NR 9c
CAŁKI PODWÓJNE – POLA POWIERZCHNI DWUWYMIAROWYCH

- Pole powierzchni wykresu funkcji $f(x, y)$, określonej na dziedzinie D jest równe całce podwójnej

$$\iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \, dxdy$$

1. Wyznaczyć pola następujących powierzchni

- bryły $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 9 - x^2 - y^2\}$,
- części paraboloidy $z = 9 - x^2 - y^2$ leżącej nad płaszczyzną $z = 5$,
- części sfery $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ leżącej w cylindrze $x^2 - 4x + y^2 = 0$,
- części powierzchni $z = x^2$ leżącej nad trójkątem o wierzchołkach $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$ i $(1, 1, 0)$.

2. Wyznaczyć pole powierzchni torusa $\left(\sqrt{x^2 + y^2} - R\right)^2 + z^2 = r^2$, gdzie $0 < r < R$.
3. Wyznaczyć pole powierzchni paraboloidy obrotowej $z = 9 - x^2 - y^2$ leżącej nad płaszczyzną $z = 0$.
4. Wyznaczyć pole powierzchni opisanej równaniem $z = 3 - 2x^2 - 2y^2$ leżącej nad płaszczyzną $z = -1$.
5. Wyznaczyć pole powierzchni części sfery $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ leżącej nad płaszczyzną $z = 3$.
6. Wyznaczyć pole powierzchni części stożka $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ leżącej pod sferą $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.
7. Wyznaczyć pole powierzchni opisanej równaniem $x^2 + y^2 + 2z^2 = 1$ dla $z > 0$.