MATEMATYKA. I rok Chemii Biologicznej i Środowiska.
LISTA ZADAŃ 00 – PODSTAWY

1. Uprościć wyrażenia $\dfrac{\sqrt{3}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}$, $\dfrac{\sqrt[5]{4}\sqrt[5]{8}}{\sqrt[3]{2}}$, $\dfrac{\sqrt[3]{6}\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{3}}$, $\dfrac{2^{\frac{7}{3}}9^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{18}}$, $\sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[5]{5}$;

   $\log_2 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 16$, $\log_3 6 \cdot \log_3 12$, $\log \sqrt[3]{100} \log \sqrt{10}$, $\log\left(\frac{9}{6} - \frac{21}{15}\right)$, $8^{\log_2 12}$, $2^{\log_8 4}$.

2. Rozwiązać nierówności i zaznaczyć rozwiązania na osi liczbowej:

   $|x-7| < 3$, $|x^2+2| \le 2$, $|x^2-2| \le 2$, $\left|\frac{x-1}{x+2}\right| \ge 3$, $\left|\frac{2x+1}{3x-1}\right| \le 2$, $\left|\frac{5x-3}{2x+7}\right| < 2$, $|3-x| \le |2x+4|$, $|x+1| = |x-1|$,
   $|1-2x| + |2x-6| = x$, $|x^2-7x+8| = 2$, $|x-1| + |2x-5| < 9$, $x^2 - |x-1| - 1 \le 0$.

3. Rozwiązać równania:

   $2 + \dfrac{3-x}{x-2} = \dfrac{1}{2-x} + \dfrac{6-x}{3x^2-12}$, $x^4+5x^2-6=0$, $\dfrac{1}{128} \cdot 4^{2x-3} = \left(\dfrac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$, $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2-2x} - \left(\dfrac{8}{27}\right)^{x-2} = 0$,

   $\log_3(5x+2) - \log_3(8-x) = 2$, $\log(\log x) + \log(\log x^3 - 2) = 0$, $\dfrac{1}{5-\log x} + \dfrac{2}{1+\log x} = 1$,

   $\sin x = -1$, $\sin x = 1$, $\cos x = -1$, $\cos x = -\dfrac{1}{2}$, $\sqrt{2}\sin x + \mathrm{ctg} x = 0$, $\sin^4 x + 5\cos 2x + 4 = 0$;

4. Rozwiązać nierówności:

   $x^2+2x > 3x^2$, $\dfrac{2x+1}{3x-5} < 0$, $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2} \ge 1$, $\dfrac{3}{x+1} > \dfrac{2}{x-2}$, $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2-x} > 9 \cdot 3^{2x-1}$,

   $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) > 3$, $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{3x-1}{x+2} < 1$, $2\cos^2 x > \dfrac{3}{2}$, $5\sin^2 x + \sin^2 2x > 4\cos 2x$.

5. Obliczyć: $\binom{3}{1}$, $\binom{3}{2}$, $\binom{4}{2}$, $\binom{4}{3}$, $\binom{5}{2}$, $\binom{5}{3}$, $\binom{5}{4}$, $\binom{6}{2}$, $\binom{6}{3}$, $\binom{7}{3}$, $\binom{7}{4}$, $\binom{7}{5}$, $\binom{8}{4}$, $\binom{10}{5}$;

   $(2x-1)^4$, $(3x+2)^3$, $(x-3)^5$, $(x^2-3)^4$, $(x^3-3x)^3$, $\dfrac{x^3-1}{x-1}$, $\dfrac{x^4-1}{x-1}$, $(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})$;

   $\sum_{k=1}^{4}\binom{4}{k}$, $\sum_{k=0}^{3}(-1)^k\binom{4}{k}$, $\sum_{k=0}^{6}\binom{6}{k}$, $\sum_{k=0}^{5}\binom{6}{k}$, $\sum_{k=0}^{6}(-1)^k\binom{6}{k}$, $\sum_{k=0}^{7}\binom{7}{k}(-1)^{k+1}$, $\sum_{k=1}^{5}\binom{6}{k}$, $\sum_{k=2}^{7}\binom{8}{k-1}$.

6. Uzasadnić, że równanie $x^2+y^2-10x+4y+25=0$ wyznacza okrąg, a nierówność $x^2+y^2+6x-2y+6 \le 0$ wyznacza koło. Znaleźć ich środki i promienie.

7. Wyznaczyć punkty przecięcia okręgu o równaniu $x^2+y^2+4y-21=0$ i prostej o równaniu $x+y=3$.

8. Wyznaczyć równania stycznych do okręgu o równaniu $x^2+y^2+4y-21=0$ w punkcie $(3,2)$ oraz w $(3,-2)$.

9. Znaleźć odległość pomiędzy punktami P i Q jeśli: $P = (\frac{1}{2}, -7)$, $Q = (\frac{7}{2}, -3)$, oraz $P = (-2,-1)$, $Q = (-3,4)$.

10. Sprawdzić czy punkty $P = (20,1)$, $Q = (-1,2)$ i $S = (3\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ leżą na okręgu o równaniu $x^2+y^2=50$.

11. Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (-\sqrt{3}, 11)$ i przecinającej oś OX pod kątem $30°$

12. Wykonać dzielenie następujcych wielomianów: $(x^4-3x^3+x^2-4x+5) : (x-1)$, $x^6-2x^4-3x^2+x+12) : (x^2+1)$.

Janusz Wysoczański