MATEMATYKA. I rok Chemii Biologicznej i Środowiska.
LISTA ZADAŃ 04 – WŁASNOŚCI FUNKCJI (GRANICE).

1. Wyznaczyć maksymalną dziedzinę dla następujących funkcji f:

(1) $f(x)=\frac{1}{x^2-1}$, (2) $f(x)=\log_2(2-x)$, (3) $f(x)=\ln(\sin x)$, (4) $f(x)=\ln(\sin^2 x)$,
(5) $f(x)=\frac{1}{\sin x}$, (6) $f(x)=\sqrt{x^2-2x-1}$, (7) $f(x)=\ln\sqrt{1-x}$, (8) $f(x)=\log(x+3)$,
(9) $f(x)=\mathrm{tg}2x$, (10) $f(x)=\frac{x+2}{x^3+2x^2-x+2}$, (11) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, (12) $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2-x^2}}$,
(13) $f(x)=\frac{1}{\cos x}$, (14) $f(x)=\ln\sqrt{3-2x^2}$, (15) $f(x)=\sqrt{9-3x}$, (16) $f(x)=\frac{\sqrt{x+2}}{\ln(1-x)}$,
(17) $f(x)=\ln(\mathrm{tg}\ x)$, (18) $f(x)=\frac{1}{\mathrm{tg}x}$.

2. Obliczyć granice:

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x^2+3x^3+4x^5}{3x^2+7x^4-x^6}$, (2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x+2x^2}$, (3) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}$, (4) $\lim\limits_{x\to 16}\frac{\sqrt{x}-4}{x-16}$,
(5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{-1+\cos x}{\sin^2 x}$, (6) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+\sin x}{x+\mathrm{tg}x}$, (7) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sin 4x}$, (8) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x)^4-1}{x}$,
(9) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$, (10) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}x-\sin x}{x^3}$, (11) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{5x}{3\mathrm{tg}(7x)}$, (12) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a\sin bx}{cx}$,
(13) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{-3x^3+2x-5}{2x^3+4x^2-x+1}$, (14) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}3x}{\mathrm{tg}5x}$, (15) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}$, (16) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^n-1}{x-1}$,
(17) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^2-4x+3}$, (18) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{-1+\cos x}{x^2}$, (19) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}$, (20) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2^{x^2}-2}{2^{x^2}+1}$.

3. Obliczyć granice jednostronne:

(1) $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x-2}$, (2) $\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{|x-2|}$, (3) $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2-4}{|x-2|}$, (4) $\lim\limits_{x\to -3^+}\frac{x^2+x-6}{|x^2-9|}$, (5) $\lim\limits_{x\to 0^-}e^{\frac{1}{x}}$,
(6) $\lim\limits_{x\to \pi^+}\frac{1}{\sin x}$, (7) $\lim\limits_{x\to \pi^-}\frac{1}{\sin x}$, (8) $\lim\limits_{x\to 1^-}\ln(1-x)$, (9) $\lim\limits_{x\to -3^-}\frac{x^2+x-6}{|x^2-9|}$, (10) $\lim\limits_{x\to 0^+}e^{\frac{1}{x}}$,
(11) $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{1-x^2}$, (12) $\lim\limits_{x\to 3^+}\frac{x}{3-x}$, (13) $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{2^{\frac{1}{x}}-1}{2^{\frac{1}{x}}+1}$, (14) $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{1-x^3}}{\sqrt{1-x}}$, (15) $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}$.

4. Obliczyć granice niewłaściwe:

(1) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x^3-x+1}{3x^3+2x-5}$, (2) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x^3-x+1}{3x^3+2x-5}$, (3) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}$,
(4) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}}{2x}$, (5) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x+\sin x}{x}$, (6) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+1}$,
(7) $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+1}-x$, (8) $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x^2+3x}}{2x}$, (9) $\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{x^2+1}-x$,
(10) $\lim\limits_{x\to +\infty}(x+\sin x)$, (11) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{x+\sin x}{x}$.

5. Uzasadnić, że podany wielomian $P(x)$ ma pierwiastek rzeczywisty i znaleźć jego przybliżenie z dokładnością $d=0,1$, dla: (1) $P(x)=x^3+x^2-1$, (2) $P(x)=x^5+x^3+x^2-1$, (3) $P(x)=x^3-x^2-1$, (4) $P(x)=x^3-x-5$.

6. Wyznaczyć pierwszą cyfrę po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby: $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$.

7. Wykazać, że równanie $x^2+\frac{1}{x}=1$ ma rozwiązanie i wyznaczyć jego przybliżoną wartość z dokładnością $d=0,1$.

8. Wykazać, że równanie $x^2=1+\sqrt{x}$ ma rozwiązanie i wyznaczyć jego przybliżoną wartość z dokładnością $d=0,1$.

Janusz Wysoczański