

MATEMATYKA. Chemia I rok. LISTA ZADAŃ NR 1

1. Obliczyć wyrażenia, zamieniając pierwiastki na wykładniki ułamkowe (lub odwrotnie). Wynik przedstawić w postaci pierwiastka odpowiedniego stopnia oraz w postaci wykładniczej: jakaś jedna liczba naturalna z odpowiednim wykładnikiem:

$$\frac{\sqrt{3}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}; \quad \frac{\sqrt[5]{4}\sqrt[5]{8}}{\sqrt[3]{2}}; \quad \frac{\sqrt[3]{6}\sqrt[6]{12}}{\sqrt[3]{3}}; \quad \frac{2^{\frac{7}{3}}9^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{18}}; \quad \sqrt{2}\sqrt[3]{3}\sqrt[5]{5}.$$

2. Obliczyć wyrażenia przedstawiając wynik w jak najprostszej postaci:

$$\log_2 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 16; \quad \log_3 6 \cdot \log_3 12; \quad \log \sqrt[3]{100} \log \sqrt{10}; \quad \log \left(\frac{9}{6} - \frac{21}{15} \right)$$

3. Rozwiązać nierówności i zaznaczyć rozwiązania na osi liczbowej:

$$|x - 7| < 3; \quad |x^2 + 2| \leq 2; \quad |x^2 - 2| \leq 2; \quad \left| \frac{x - 1}{x + 2} \right| \geq 3$$

4. Obliczyć wartości podanych symboli dwumianowych:

$$\binom{4}{2}; \quad \binom{5}{2}; \quad \binom{5}{3}; \quad \binom{5}{4}; \quad \binom{6}{2}; \quad \binom{6}{3}; \quad \binom{4}{3}; \quad \binom{8}{4}; \quad \binom{10}{5};$$

5. Wypisać wszystkie podzbiory 2-elementowe, 3-elementowe oraz 4-elementowe w zbiorze $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

6. Uzasadnić, że dla dowolnych liczb naturalnych n, k symbol dwumianowy $\binom{n}{k}$ jest także liczbą naturalną. W tym celu udowodnić, że symbol ten oznacza ilość wszystkich różnych podzbiorów k -elementowych w zbiorze n -elementowym.

7. Wyznaczyć wielomiany zadane wzorami:

$$(2x - 1)^4; \quad (3x + 2)^3; \quad (x - 3)^5; \quad (x^2 - 3)^4; \quad (x^3 - 3x)^3;$$

8. Jakie wzory można otrzymać stosując wzór dwumianowy do obliczenia $(1 + 1)^n$ oraz $(1 - 1)^n$? Ile to jest:

$$\sum_{k=0}^6 \binom{6}{k}; \quad \sum_{k=0}^5 \binom{6}{k}; \quad \sum_{k=0}^6 (-1)^k \binom{6}{k}; \quad \sum_{k=0}^7 \binom{7}{k} (-1)^{k+1}; \quad \sum_{k=1}^5 \binom{6}{k}; \quad \sum_{k=2}^7 \binom{8}{k-1}.$$

9. Podane ułamki zapisać w postaci rozwinięcia dziesiętnego:

$$\frac{1}{4}; \quad \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{6}; \quad \frac{1}{7}; \quad \frac{1}{8}; \quad \frac{1}{9}; \quad \frac{1}{11}; \quad \frac{1}{13};$$

W każdym przypadku uzasadnić że otrzymane rozwinięcie jest okresowe, pokazując jaki ciąg liczb jest jego okresem; podać też długość każdego z okresów.

- 10.* Podać przykład (wraz z uzasadnieniem) rozwinięcia dziesiętnego, które **nie jest** okresowe.

11. Uzasadnić, że liczby: $\sqrt[3]{36}$, $\sqrt{18}$, $\sqrt{24}$ nie są wymierne.

12. Wyznaczyć rozkłady na czynniki pierwsze następujących liczb: 100, 144, 1256, 1024, 1048, 999.

13. Sprawdzić, która z podanych liczb jest liczbą pierwszą: 997, 1001, 1003, 1007.

14. Znaleźć największą dwucyfrową liczbę pierwszą oraz najmniejszą trzycyfrową liczbę pierwszą.

15. Wyznaczyć część całkowitą następujących liczb rzeczywistych: $2, 345, -2, 345, \frac{17}{4}, -\frac{17}{4}, \frac{5}{3}, \frac{-5}{3}, -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{2^5 3^4}{5^5}$.

Janusz Wysoczański