

1. Znaleźć ognisko i kierownicę paraboli o równaniu  $y = x^2 + 1$ .
2. Znaleźć ognisko, kierownicę i wierzchołek paraboli o równaniu  $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$ .
3. Znaleźć ognisko, kierownicę i wierzchołek paraboli o równaniu  $y = x^2 - 6x + 10$ .
4. Znaleźć równanie paraboli o osi równoległej do osi Y i przechodzącej przez punkty  $P_1 = (1, 1)$ ,  $P_2 = (-1, 2)$  i  $P_3 = (0, 0)$ .
5. Znaleźć współrzędne ognisk elipsy o równaniu

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

6. Znaleźć punkty przecięcia hiperboli o równaniu  $x^2 - y^2 = 8$  i koła o równaniu  $x^2 + y^2 = 10$ .
7. Znaleźć wierzchołki hiperboli o równaniu  $xy = 1$ .
8. Znaleźć punkty wspólne hiperboli  $x^2 - y^2 = 3$  oraz paraboli  $y = \frac{1}{4}x^2$ .
9. Wyznaczyć proste styczne do elipsy danej wzorem  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$  i równoległe do prostej  $y = x$ .
10. Wyznaczyć dziedzinę (maksymalną) funkcji określonej wzorem  $f(x) = \sqrt{1 - 2x^2}$ .
11. Wyznaczyć dziedzinę (maksymalną) funkcji określonej wzorem  $f(x) = \log_{10}(3x^2 - 2x + 5)$ .
12. Wyznaczyć dziedzinę (maksymalną) funkcji danej wzorem  $f(x) = \frac{2x-1}{2x^2+3x-2}$ .
13. Wyznaczyć funkcję odwrotną do funkcji danej wzorem  $f_1(x) = x^2$  na dziedzinie  $D_1 = [0, +\infty)$  oraz funkcji  $f_2(x) = x^2$  na dziedzinie  $D_2 = (-\infty, 0]$ .
14. Wyznaczyć funkcję odwrotną do funkcji danej wzorem  $f_1(x) = \frac{1}{x}$  na dziedzinie  $D_1 = (0, +\infty)$  oraz funkcji danej wzorem  $f_2(x) = \frac{1}{x}$  na dziedzinie  $D_2 = (-\infty, 0)$ .
15. Znaleźć złożenie funkcji  $h_1 = f \circ g$  oraz  $h_2 = g \circ f$  dla  $f(x) = \sin x$  oraz  $g(x) = 1 + x^2$ .
16. Wyznaczyć złożenie funkcji  $h_1 = f \circ g$  oraz  $h_2 = g \circ f$  dla  $f(x) = \ln(1 - x^2)$  oraz  $g(x) = \cos x$ . Określić maksymalną dziedzinę każdego z tych złożzeń.
17. Wyznaczyć dziedzinę funkcji danej wzorem:  
(i)  $f(x) = \log(\log x)$ , (ii)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\log^2 x}}$ , (iii)  $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ , (iv)  $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$ .
18. Narysować wykresy następujących funkcji: (i)  $f(x) = x^3 + 1$ , (ii)  $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2$ , (iii)  $f(x) = \sin 3x$ , (iv)  $f(x) = 1 + \cos x$ , (v)  $f(x) = 1 - \operatorname{tg} x$ .
19. Narysować wykres funkcji  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  i zbadać w jakich przedziałach jest ona monotoniczna.
20. Narysować wykres funkcji  $g$ , odwrotnej do  $f$ , jeśli:  
(i)  $f(x) = \sin x$  i  $D_f = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , (ii)  $f(x) = \sin x$  i  $D_f = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ , (iii)  $f(x) = \sin x$  i  $D_f = \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$ . Porównać te trzy wykresy.
21. Narysować wykres funkcji  $g$ , odwrotnej do  $f$ , jeśli:  
(i)  $f(x) = \operatorname{tg} x$  i  $D_f = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , (ii)  $f(x) = \operatorname{tg} x$  i  $D_f = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ , (iii)  $f(x) = \operatorname{tg} x$  i  $D_f = \left(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right)$ . Porównać te trzy wykresy.
22. Narysować, na jednym układzie współrzędnych, wykresy funkcji danych wzorem  $f(x) = x^{-n}$ , dla  $n = 1, 2, 3, 4$ .
23. Narysować, na jednym układzie współrzędnych, wykresy funkcji danych wzorem  $f(x) = \sqrt[n]{x}$ , dla  $n = 1, 2, 3, 4$ .

Janusz Wysoczański