

MATEMATYKA. ChP 1, Ich 1. LISTA ZADAŃ NR 9

Zadanie 1. Pokazać, że $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = +\infty$.

Zadanie 2. Korzystając z definicji obliczyć sumy szeregów: a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$, b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$,

c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+3)}$, d) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n}$, e) $\sum_{n=1}^{+\infty} (2^{n+1}\sqrt{x} - 2^{n-1}\sqrt{x})$

Zadanie 3. Wykazać, że następujące szeregi są rozbieżne: a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$, b) $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{(-1)^n n}$, c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{3n+2}$

Zadanie 4. Stosując kryterium porównawcze zbadać zbieżność szeregów: a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$, b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}(\sqrt{n-1} -$

$\sqrt{n})$, c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \sqrt{\sin \frac{1}{n}}$, e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg}^2 \frac{1}{n}$, f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\ln n}$, g) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

Zadanie 5. Stosując kryterium d'Alemberta zbadać zbieżność szeregów: a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{10^n}{n!}$, b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$, c)

$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$, d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n}$, e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2 e^n}$, f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n \ln(n!)}$

Zadanie 6. Stosując kryterium Cauchy'ego zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$ b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\ln^n(n+1)}$ c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{(2 + \frac{1}{n})^n}$

d) $\sum_{n=1}^{+\infty} (\operatorname{arctg}(n^2 + 1))^n$ e) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} 2^n$ f) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}}$

Zadanie 7. Zbadać zbieżność szeregów:

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+100}{3n+1}\right)^n$ b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{3^n}$

Zadanie 8. Korzystając z definicji policzyć sumy szeregów

a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(4n-2)(4n+1)}$ b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+3)}$ c) $\sum_{n=1}^{+\infty} (2^{n+1}\sqrt{x} - 2^{n-1}\sqrt{x})$

Zadanie 9. Zbadać zbieżność następujących szeregów

- 1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{25^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)5^n}{7^n 3^{n+1}}$, 3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n^2+2)^{2n}}{(7n^2+n)^{2n}}$, 4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)!(n-3)!}{(2n)!}$, 5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n}}{4n^2+1}$, 6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n+2}{3n+1}$,
 7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n}$ 8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$, 9) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \sin \frac{1}{n^2}$. 10) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n^3}$, 11) $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$, 12) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos nx}{n!}$, 13)
 $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln n}$, 14) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \cos \frac{1}{n^2}$, 15) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})}$, 16) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3n^3+2}$, 17) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+4}{4n+1}\right)^n$,
 18) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{2^n}$, 19) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\operatorname{arctg} n)^n}{2^n}$, 20) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (\sqrt[3]{2} - 1)$, 21) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{1}{2}\right)^n$, 22) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} n \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$, 23)
 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \log n}$, 24) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sin nx}{n(n+1)}$, 25) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{n+1}}{5^n (n+1)!}$, 26) $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})$, 27) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n + 2n}{(2 \operatorname{arctg} n)^n + 3}$,
 28) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 + 2^n}{5^{n+2} + n^2}$ 29) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\operatorname{arctg} n)^n + 1}{2^n + n}$ 30) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^{n-1} + 2n}{(n+1)!}$ 31) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+10}{n^3+2n}$ 32) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\arcsin \frac{n}{n+1})^n + 1}{3^n + n^2}$
 33) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+2)^{n^2} + n^{n^2}}{4^{n+1} \cdot n^{n^2}}$ 34) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n \sin \frac{n}{2^n} + 2}{n+2^n}$ 35) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+4^n}{\operatorname{arctg}(n^2+1) + 3^n}$ 36) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(2n+1) + 3^{n-1}}{5^{n+1} + n^2}$