

Lista zadań nr 1 z matematyki dla chemików

Własności liczb rzeczywistych

- Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b :
 - $a^4 - b^4 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)$;
 - $a^4 + b^4 = (a^2 - \sqrt{2}ab + b^2)(a^2 + \sqrt{2}ab + b^2)$;
 - $a^6 - b^6 = (a - b)(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$;
- Dla jakich liczb rzeczywistych a i b zachodzi równość: $(-a)^2 = -a^2$, $(-a)^3 = -a^3$.
- Dla jakich liczb rzeczywistych a i b zachodzi zależność:
 $a + b < a - b$, $a + b < 2a + 2b$,
- Nie korzystając z kalkulatora zbadaj, która z liczb jest większa:
 - 10^{20} , czy 90^{10}
 - $2\sqrt{5}$ czy $5\sqrt{3}$,
 - $\sqrt{2}$ czy $\sqrt[3]{3}$,
 - $1 + \sqrt{2}$ czy $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$;
- Oblicz:
 - $\sqrt{\sqrt{1\frac{7}{9}} \cdot 4 : (\frac{1}{3})^{-1}} + \sqrt{(\sqrt[3]{7^2} \cdot \sqrt{3^{-4}})^3 \cdot \frac{18}{7}}$;
 - $\sqrt[7]{\frac{1995^3 - 1994^3}{3989^2 - 1995 \cdot 1994}}$

Wartość bezwzględna

- Rozwiąż równania. Podaj interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:
 - $|x-1| = 2-x$,
 - $|2x+7| = 2x+7$,
 - $|5x-1| = 1-5x$,
 - $|5x+2| = |4-x|$,
 - $|x-1| + |x-2| = 3$.
- Rozwiąż nierówności. Podaj interpretację geometryczną zbioru rozwiązań:
 - $|x+1| < 4$,
 - $|3-2x| > 6$,
 - $|x+1| \geq x+1$,
 - $||x|-2| > 10$,
 - $|x-1| + |x-4| < 5$.

Procenty

- 47% pewnej liczby jest o 4 większe od 22% tej liczby. Jaka to liczba?
- 47% z 13 wynosi 6, 11. Ile wynosi 13% z 47?
- Cenę towaru obniżono najpierw o 15%, a potem nową cenę obniżono o 25%. O ile procent stanął towar?
- Cenę towaru zwiększono najpierw o 5%, a potem nową cenę zwiększono o 25%. O ile procent podrożał towar?
- Kupiec kupując towar po cenie hurtowej najpierw dolicza do niej 40% (to jest jego dochód), a potem jeszcze 20% od dochodu (na podatek). W ten sposób powstaje cena detaliczna towaru. Jaka była cena hurtowa towaru, którego cena detaliczna wyniosła 111 zł?
- Inwestor na pierwszą inwestycję zużył 20% kapitału własnego, a na drugą inwestycję 10% pozostałego kapitału. Inwestorowi pozostało 900 tys. zł. Jaka była wielkość początkowego kapitału inwestora?
- Dwaj inwestorzy mają łącznie 273 mln zł, przy czym jeden ma o 10% więcej niż drugi. Ile pieniędzy ma każdy z nich?
- Liczba a stanowi 20% liczby b . Jakim procentem liczby a jest liczba b ?
- Bok kwadratu zwiększamy o 10%. O ile procent zwiększy się: a) pole kwadratu, b) obwód kwadratu?
- Krawędź sześcianu zwiększamy o 5%. O ile procent wzrośnie objętość sześcianu?
- Jeden bok kwadratu zwiększono o 10%, a drugi zmniejszono o 10%, otrzymując prostokąt. Czy pole prostokąta jest mniejsze czy większe od pola kwadratu? O ile procent?