

MATEMATYKA. I rok Chemii.
LISTA ZADAŃ 08 – CAŁKI NIEOZNACZONE.

**W poniższych zadaniach, po wyliczeniu całki nieoznaczonej,
obliczyć jej pochodną i porównać wynik z funkcją podcałkową.**

1. Korzystając ze wzoru na całkowanie przez podstawienie, oraz z podanego podstawienia, obliczyć całki:

(1) $\int x e^{x^2} dx,$	$(y = x^2),$	(2) $\int x^2 (2x^3 + 4)^2 dx,$	$(y = 2x^3 + 4),$
(3) $\int x \sqrt{9 - x^2} dx,$	$(y = 9 - x^2),$	(4) $\int x \sqrt{9 - x^2} dx,$	$(y = \sqrt{9 - x^2}),$
(5) $\int \sin x \cos x dx,$	$(y = \sin x),$	(6) $\int \sin x \cos x dx,$	$(y = \cos x),$
(7) $\int \frac{x^2}{4 - x^6} dx,$	$(y = x^3),$	(8) $\int \frac{e^x}{2e^x + 5} dx,$	$(y = e^x),$
(9) $\int e^{\sqrt{x}} dx,$	$(y = \sqrt{x}),$	(10) $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln(\sin x)} dx,$	$(y = \ln(\sin x)),$
(11) $\int x^3 \ln x dx,$	$(y = \ln x),$	(12) $\int \frac{2}{e^x + e^{-x}} dx,$	$(y = e^x),$
(13) $\int x \sqrt{4 + x^2} dx,$	$(y = 4 + x^2),$	(14) $\int x \sqrt{4 + x^2} dx,$	$(y = \sqrt{4 + x^2}),$
(15) $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$	$(y = \operatorname{tg} x),$	(16) $\int \frac{1}{x \ln x} dx$	$(y = \ln x),$
(17) $\int \frac{x}{\sqrt[3]{1 + x^2}} dx$	$(y = \sqrt[3]{1 + x^2}),$	(18) $\int \frac{1 + \ln x}{x} dx$	$(y = 1 + \ln x),$

wskazówki:

(a) jeśli $y = \sqrt{a^2 \pm x^2}$ to $y dy = \pm x dx$; (b) jeśli $y = \sqrt[3]{a^2 + x^2}$ to $3y^2 dy = 2x dx$;
(c) jeśli $y = \sqrt{x}$ to $2y dy = dx$; (d) jeśli $y = \ln x$ to $dy = \frac{dx}{x}$;

2. Całkując przez części obliczyć następujące całki nieoznaczone:

(1) $\int x \sin x dx,$	(2) $\int x^2 \sin x dx,$	(3) $\int \sin x \cos x dx,$	(4) $\int \operatorname{arctg} x dx,$
(5) $\int \ln x dx,$	(6) $\int x \ln x dx,$	(7) $\int x e^x dx$	(8) $\int x \operatorname{arctg} x dx,$
(9) $\int x^3 \ln x dx,$	(10) $\int x^2 e^x dx,$	(11) $\int (x^2 + 2x) \ln x dx,$	(12) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx,$
(13) $\int x^2 e^x \sin x dx,$	(14) $\int \ln^2 x dx,$	(15) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx,$	(16) $\int \ln(x^2 + 1) dx,$

3. Obliczyć następujące całki nieoznaczone, stosując rozkład na ułamki proste:

(1) $\int \frac{1}{x^2 - 1} dx,$	(2) $\int \frac{1}{x^3 - 1} dx,$	(3) $\int \frac{3}{x^2 + x - 2} dx,$	(4) $\int \frac{1}{x^2 + x - 6} dx$
(5) $\int \frac{x^3}{x + 1} dx,$	(6) $\int \frac{x}{2x^2 - 3x - 2} dx,$	(7) $\int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx,$	(8) $\int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$
(9) $\int \frac{x^4}{x^2 + 1} dx$	(10) $\int \frac{x^3}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx$	(11) $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$	(12) $\int \frac{1}{x(1 + x^2)} dx$

4. Obliczyć następujące całki nieoznaczone:

(1) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x - 3}} dx$	(2) $\int \frac{3x - 5}{-3x^2 + 6x + 9} dx$	(3) $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2 + x + 2}} dx$
(4) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x}} dx$	(5) $\int \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 + 6x}} dx$	(6) $\int \sqrt{x^2 + 4x} dx$

5. Obliczyć następujące całki nieoznaczone:

$$\begin{array}{llll} (1) \int \frac{1}{\sin x + \cos x} dx, & (2) \int \frac{1}{1 + \operatorname{tg} x} dx, & (3) \int \frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} dx, & (4) \int \frac{1}{1 + \cos^2 x} dx, \\ (5) \int \frac{1}{5 - 3 \cos x} dx, & (6) \int \operatorname{tg}^3 x dx, & (7) \int \frac{1}{\sin^2 x} dx, & (8) \int \sin^4 x dx. \end{array}$$

6. Obliczyć następujące całki nieoznaczone:

$$\begin{array}{llll} (1) \frac{x}{x^4 + 1} dx, & (2) \int x e^{x^2} (x^2 + 1) dx, & (3) \int \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} dx, & (4) \int \frac{\ln |\operatorname{arctg} x|}{1 + x^2} dx, \\ (5) \int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1} dx, & (6) \int x^3 (1 - 5x^2)^{10} dx, & (7) \int \cos^3 x dx, & (8) \int x^5 e^{x^3} dx. \end{array}$$

Janusz Wysoczański