MATEMATYKA. I rok Chemii. Wzory dla CAŁKI OZNACZONEJ.

- Aby obliczyć całkę oznaczoną $\int_a^b f(x)dx$ wystarczy znaleźć całkę nieoznaczoną (a w zasadzie jakąś jedną pierwotną) $F(x) = \int f(x)dx$ i podstawić do niej wartości graniczne; wówczas $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

- Jeśli funkcja podcałkowa jest postaci $\frac{g'(x)}{g(x)}$ to całkę oznaczoną obliczamy ze wzoru:
$$\int_a^b \frac{g'(x)}{g(x)}\, dx = \ln|g(b)| - \ln|g(a)| = \ln\left|\frac{g(b)}{g(a)}\right|.$$

- **Wzór na całkowanie przez części dla całki oznaczonej**: $\int_a^b f'(x)g(x)\, dx = f(b)g(b) - f(a)g(a) - \int_a^b f(x)g'(x)\, dx$.

- **Wzór na całkowanie przez podstawienie dla całki oznaczonej**: jeśli funkcja F jest jakąś pierwotną funkcji f, a funkcja podcałkowa jest postaci $f(g(x))g'(x)$, to $\int_a^b f(g(x))g'(x)\, dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(y)\, dy = F(g(b)) - F(g(a))$.

- Jeśli funkcja f jest ciągła i określona na przedziale $[A, B]$, to funkcja określona dla $a, x \in [A, B]$ przez całkę oznaczoną $F(x) := \int_a^x f(t)dt$ jest pierwotną funkcji f; czyli $F'(x) = f(x)$.

- Jeśli funkcja F jest określona jako całka oznaczona postaci $F(x) = \int_a^{g(x)} f(t)\, dt$ dla pewnej funkcji g, to jej pochodna wyraża się wzorem: $F'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$

- Jeśli funkcja f jest ciągła na przedziale $(a, b]$ i nieograniczona $\lim_{x\to a^+} f(x) = \infty$, to całkę niewłaściwą z tej funkcji określamy jako granicę $\lim_{c\to a^+} \int_c^b f(x)dx$, o ile ta granica istnieje.

- Jeśli funkcja f jest ciągła na przedziale nieskończonym $[a, +\infty)$, to całkę niewłaściwą z tej funkcji określamy jako granicę $\lim_{c\to+\infty} \int_c^{+\infty} f(x)dx$ o ile ta granica istnieje.

- Jeśli funkcja f jest nieujemna $f \geq 0$ i ciągła na przedziale $D = [a, b]$, to **objętość** V_X **bryły obrotowej powstałej przez obrót jej wykresu wokół osi** OX jest dana wzorem: $V_X = \pi \int_a^b [f(x)]^2\, dx$.

- Jeśli funkcja f jest nieujemna $f \geq 0$ i ciągła na przedziale $D = [a, b]$ dla $0 \leq a < b$, to **objętość** V_Y **bryły obrotowej powstałej przez obrót jej wykresu wokół osi** OY jest dana wzorem:
$$V_Y = 2\pi \int_a^b x f(x)\, dx.$$

- **Długość** L **krzywej będącej wykresem funkcji** f na przedziale $[a, b]$ jest dana wzorem: $L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$.

Janusz Wysoczański