

## Algebra I R

### Program wykładu

Celem wykładu jest przedstawienie podstawowych pojęć i metod algebry abstrakcyjnej.

1. Działanie w zbiorze: łączność, przemienność, element neutralny. Przykłady działań. Definicja grupy i przykłady: grupy dihedralne, grupy permutacji i grupy macierzy.
2. Pojęcie podgrupy i przykłady. Rząd elementu grupy. Generatory grupy, grupy skończone generowane. Grupy cykliczne: definicja, własności. Homo-, epi-, mono-, endo- i automorfizmy struktur: definicja, przykłady. Własności homomorfizmów grup. Jądro i obraz homomorfizmu grup. Charakteryzacja monomorfizmu grup przy pomocy jądra.
3. Dzielnik normalny, grupa ilorazowa, homomorfizm ilorazowy i zasadnicze twierdzenie o homomorfizmie grup. Permutacje: krótkie przypomnienie z wykładu z algebry liniowej.
4. Działanie grupy na zbiorze i na grupie przez automorfizmy. Orbita, stabilizator i twierdzenie o nich „orbit-stabilizer theorem”. Warstwy i indeks podgrupy, twierdzenie Lagrange’a. Produkt półprosty grup, rozkłady grup na produkty półproste. Klasyfikacja grup małych rządów.
5. Twierdzenie Cauchy’ego, Twierdzenia Sylowa (dowód przez działania grup), zastosowania: grupy proste rzędu mniejszego od 60 są cykliczne.
6. Torsja w grupie, grupy torsyjne i beztorsyjne. Skończone generowane grupy abelowe jako produkty grup cyklicznych.
7. Komutator, komutant, grupy rozwiązalne i twierdzenie o ich rozszerzeniach. Zastosowania tw. Sylowa do dowodów rozwiązalności grup pewnych rządów. Krótka informacja o grupach nilpotentnych.
8. Ciąg kompozycyjny w grupie, lemat o motyłu i tw. Schreiera.
9. Grupy wolne i ich podstawowe własności. Prezentacje grup.
10. Pierścień (przemienny, z jednością), dzielnik zera, element odwracalny, grupa elementów odwracalnych pierścienia, dziedzina i ciało. Przykłady pierścieni. Każda skończona dziedzina jest ciałem. Homomorfizm i izomorfizm pierścieni, definicja, przykłady.
11. Pierścienie szeregów formalnych i pierścienie wielomianów: definicja, podstawowe własności. Wielomiany a funkcje wielomianowe. Twierdzenie Bezouta. Ciało ułamków dziedziny: konstrukcja, własności i przykłady.

12. Ideały w pierścieniach, pierścień ilorazowy, zasadnicze twierdzenie o homomorfizmach pierścieni. Ideały pierwsze (związek z dziedzinami) i ideały maksymalne (związek z ciałami). Dziedziny ideałów głównych (PID), pierścienie noetherowskie, przykłady i kontrprzykłady.
13. Teoria podzielności w dziedzinach, relacja stowarzyszenia. Abstrakcyjna definicja najmniejszej wspólnej wielokrotności (NWW) i największego wspólnego dzielnika (NWD). Element nierozkładalny i element pierwszy w pierścieniu. Kryteria nierozkładalności w pierścieniu wielomianów. W pierścieniu noetherowskim każdy element rozkłada się na iloczyn elementów nierozkładalnych. Pierścienie z jednoznacznością rozkładu (UFD), przykłady i kontrprzykłady. Pierścień PID jest UFD, NWD i NWW w pierścieniu UFD. Lemat i Tw. Gaussa (informacja).
14. Pierścienie Euklidesa: definicja, przykłady (pierścień wielomianów, pierścień Gaussa) i kontrprzykłady. NWW i NWD w pierścieniach Euklidesa, algorytm Euklidesa. Każdy pierścień Euklidesa jest PID, kontrprzykład na implikację przeciwną (informacja).
15. Chińskie twierdzenie o resztach. Charakterystyka ciała. Podciało. Ciała proste. Podciało proste ciała. Liczba elementów ciała skończonego.

## Literatura pomocnicza

- B. Gleichgewicht, *Algebra*.
- A. Białynicki-Birula, *Algebra*.
- J. Rutkowski, *Algebra abstrakcyjna w zadaniach*.
- G. Birkhoff, S. MacLane, *Przegląd algebry współczesnej*.
- S. Lang, *Algebra*.
- M. Kargapołow, J. Mierzlakov, *Podstawy teorii grup*.

## Ćwiczenia

Listy zadań będę umieszczać na mojej stronie:

[www.math.uni.wroc.pl/~kkrup](http://www.math.uni.wroc.pl/~kkrup)

Na stronie tej będą też pojawiać się inne informacje dotyczące przedmiotu.

Będzie obowiązywał następujący system zaliczania ćwiczeń. Odbędą się trzy 60-minutowe kolokwia (6.11, 4.12, 22.01). Z każdego z nich będzie można zdobyć 27 punktów. Będą też do zdobycia punkty z aktywności w czasie ćwiczeń, maksymalnie 19. Za każde poprawne rozwiązanie zadania przy tablicy przysługują 1 lub 2 punkty, w zależności od stopnia trudności zadania i jakości rozwiązania. Ocenę stopnia trudności pozostawiam prowadzącemu ćwiczenia. W celu uniknięcia sytuacji, w której student nic nie robi przez większość semestru, a potem na jednych ćwiczeniach zdobywa wiele punktów, wprowadzam zasadę, że na jednych ćwiczeniach można maksymalnie zdobyć 4 punkty. Zachęcam do systematycznej pracy na ćwiczeniach.

Planowane progi na poszczególne oceny:

[0,45) - 2.0, [45,55) - 3.0, [55,65) - 3.5, [65,75) - 4.0, [75,85) - 4.5, [85,100] - 5.0.

W przypadku usprawiedliwionej nieobecności na jednym z kolokwiów liczba punktów zdobytych za aktywność zostaje pomnożona przez  $\frac{2}{3}$  i progi na poszczególne oceny również. Usprawiedliwienie nieobecności należy dostarczyć prowadzącemu ćwiczenia w ciągu tygodnia od daty kolokwium, którego ono dotyczy. Nieusprawiedliwiona nieobecność na kolokwium oznacza 0 punktów z tego kolokwium.

W przypadku usprawiedliwionej nieobecności na dwóch lub trzech kolokwiach o zaliczeniu ćwiczeń decyduje wykładowca w trybie indywidualnym.